

Le volte composte

Federico Fallavollita

Abstract

2.4 Le volte composte - 2.4.1 Le volte lunettate, p. 447 - 2.4.2 Le volte a crociera e a padiglione, p. 451 - 2.4.3 Le cupole composte, p. 459

Riccardo Migliari

Geometria descrittiva

Volume II

Tecniche e applicazioni

Contributi di

Leonardo Baglioni, Roberto Ciaroni, Laura De Carlo, Anna De Santis
Federico Fallavollita, Filippo Fantini, Leonardo Paris, Marta Salvatore
Camillo Trevisan, Graziano Mario Valenti

CittàStudi
EDIZIONI

Proprietà letteraria riservata
© 2009 De Agostini Scuola SpA – Novara
1ª edizione: ottobre 2009
Printed in Italy

Tutti i diritti riservati. Nessuna parte del materiale protetto da questo copyright potrà essere riprodotta in alcuna forma senza l'autorizzazione scritta dell'Editore.

Fotocopie per uso personale del lettore possono essere effettuate nei limiti del 15% di ciascun volume/fascicolo di periodico dietro pagamento alla SIAE del compenso previsto dall'art. 68, comma 4, della legge 22 aprile 1941 n. 633.

Le riproduzioni ad uso differente da quello personale potranno avvenire, per un numero di pagine non superiore al 15% del presente volume/fascicolo, solo a seguito di specifica autorizzazione rilasciata da AIDRO – Corso di Porta Romana, 108 – 20122 Milano – e-mail: segreteria@aidro.org

Stampa: Stamperia Artistica Nazionale - Trofarello (TO)

Ristampe:	0 1	2 3	4 5	6 7	8 9
Anno:	2009	2010	2011	2012	2013

Indice

IX Gli autori

XI Prefazione

Parte prima – Teorie e tecniche della rappresentazione digitale

- 5 **Capitolo 1 – Le teorie e le tecniche della rappresentazione matematica**
di Roberto Ciarloni
- 5 1.1 Strategie di modellazione nei sistemi CAD
- 8 1.2 Cosa si intende per curve, superfici e solidi nei sistemi CAD
- 1.2.1 La curva CAD, p. 8 – 1.2.2 La superficie CAD, p. 9 – 1.2.3 Il solido CAD, p. 11
- 12 1.3 Rappresentazioni matematiche di curve e superfici
- 1.3.1 Curve parametriche, p. 12 – 1.3.2 Curve a poli, p. 13 – 1.3.3 Da Bézier a NURBS, p. 15 – 1.3.4 Tassonomia delle curve a poli, p. 17 – 1.3.5 Proprietà notevoli delle curve a poli, p. 18 – 1.3.6 La parametrizzazione, p. 18 – 1.3.7 Altre rappresentazioni di curve, p. 19 – 1.3.8 Superfici parametriche, p. 20 – 1.3.9 Superfici a poli, p. 20 – 1.3.10 Proprietà notevoli delle superfici a poli, p. 21 – 1.3.11 Altre rappresentazioni di superfici, p. 21 – 1.3.12 Non confondere rappresentazione matematica con modo di creazione, p. 23 – 1.3.13 Nota matematica: il teorema di Weierstrass e il fenomeno di Runge, p. 24
- 25 1.4 Rappresentare la geometria nei computer
- 1.4.1 Approcci alla tolleranza, p. 27 – 1.4.2 Tolleranza angolare, p. 28
- 28 1.5 **Qualità delle curve e delle superfici**
- 1.5.1 Tangenti, curvature e torsioni, p. 29 – 1.5.2 Continuità tra curve, p. 31 – 1.5.3 Continuità geometrica e continuità parametrica, p. 32 – 1.5.4 Continuità tra superfici, p. 32 – 1.5.5 Tangenti e curvature nelle superfici, p. 33 – 1.5.6 Strumenti diagnostici della qualità di un modello, p. 34
- 37 1.6 **Rappresentazioni matematiche di solidi**
- 1.6.1 Rappresentazione B-rep, p. 37 – 1.6.2 Nota matematica: varietà topologiche, p. 39 – 1.6.3 Rappresentazione CSG, p. 39 – 1.6.4 Rappresentazione a Enumerazione Spaziale, p. 41
- 42 1.7 **Principi di modellazione di forme complesse**
- 1.7.1 Cos'è una forma «complessa», p. 42 – 1.7.2 Aspetti della complessità, p. 42 – 1.7.3 Concepire una forma complessa, p. 43 – 1.7.4 Tecniche di costruzione di forme complesse, p. 43 – 1.7.5 Creazione e modifica, p. 43 – 1.7.6 Forme primarie e forme secondarie, p. 49 – 1.7.7 Modellazione concettuale e ingegnerizzazione, p. 51 – 1.7.8 Approccio locale e approccio globale (GSM), p. 52 – 1.7.9 Associatività, parametrizzazione e modellazione diretta, p. 55
- 60 **Capitolo 2 – Teorie e tecniche della rappresentazione numerica o poligonale**
di Filippo Fantini
- 60 2.1 Obiettivi della modellazione poligonale
- 63 2.2 Definizioni e nomenclatura
- 71 2.3 Superfici poligonali
- 75 2.4 Superfici di suddivisione

- 78 2.5 Introduzione alle tecniche di modellazione
- 83 2.6 Mappe di vertici
- 84 2.7 Box modeling
- 87 2.8 Adding modeling
- 89 2.9 Spline cage
- 93 2.10 Scuplting

Parte seconda – Le linee curve, le superfici e le loro proprietà

- 97 **Capitolo 1 – Le linee curve**
di Laura De Carlo, Leonardo Baglioni
- 97 1.1 Generalità
- 100 1.2 Le linee curve piane
 - 1.2.1 Proprietà delle linee piane, p. 100 – 1.2.2 Curve derivate da altre curve: evoluta, evolvente, podaria e caustiche, p. 103
- 106 1.3 Le linee sghembe, gobbe (o a doppia curvatura)
 - 1.3.1 Proprietà delle linee sghembe, p. 103 – 1.3.2 Evoluta ed evolvente di una curva gobba, p. 110
- 113 1.4 Le linee luogo geometrico, piane e sghembe
 - 1.4.1 Cenni alle coniche come linee luogo del piano, p. 113 – 1.4.2 La famiglia delle cicloidi, p. 118 – 1.4.3 Spirali ed eliche, p. 122
- 129 1.5 Il contributo della rappresentazione matematica nello studio di lossodromie, eliche e spirali
- 144 **Capitolo 2 – Superfici**
di Riccardo Migliari, Federico Fallavollita, Marta Salvatore
- 144 2.1 La classificazione delle superfici e l'ordine tenuto in questo libro
- 145 2.2 Definizioni e caratteristiche generali delle superfici
 - 2.2.1 La continuità di una superficie e il piano tan-

- gente, p. 147 – 2.2.2 La curvatura delle superfici, p. 148 – 2.2.3 Il contorno apparente di una superficie e le linee isòfote, p. 151
- 153 2.3 Le superfici rigate
 - 2.3.1 La costruzione di una superficie rigata generica, p. 154 – 2.3.2 Le superfici rigate quadriche, p. 161 – 2.3.3 Coni e cilindri quadrici, p. 162 – 2.3.4 L'iperboloide a una falda, p. 168 – 2.3.5 Il paraboloide iperbolico, p. 175 – 2.3.6 Il paraboloide iperbolico equilatero, p. 182 – 2.3.7 La genesi proiettiva delle superfici rigate quadriche, p. 185 – 2.3.8 Alcune proprietà proiettive delle quadriche rigate, p. 188 – 2.3.9 Il sistema polare rispetto a una quadrica, p. 195 – 2.3.10 Il centro, i diametri e gli assi di una quadrica, p. 198 – 2.3.11 La proiezione stereografica di un iperboloide a una falda, p. 201 – 2.3.12 Proprietà grafiche e proprietà metriche delle rigate sghembe, p. 203 – 2.3.13 Le superfici sviluppabili, p. 213 – 2.3.14 I casi particolari di superfici sviluppabili: coni e cilindri, p. 219 – 2.3.15 Sviluppo del cono e del cilindro sopra un piano, p. 220
- 224 2.4 Le superfici di rivoluzione e il toro
- 229 2.5 Gli elicoidi
- 235 2.6 Gli elicoidi generati dal cerchio e da altre curve: colonna torsa, vite di Saint Gilles, serpentino, elicoidi conici o chiocciolate
- 241 2.7 Le superfici a pendenza uniforme
- 245 2.8 Le superfici quadriche non rigate
 - 2.8.1 Polarità e coni circoscritti a una quadrica, p. 245 – 2.8.2 L'ellissoide, p. 248 – 2.8.3 L'iperboloide a due falde, p. 253 – 2.8.4 Il paraboloide ellittico, p. 256 – 2.8.5 La genesi proiettiva delle quadriche, p. 260 – 2.8.6 La sfera, p. 262 – 2.8.7 Una interessante applicazione delle proprietà della sfera: il teorema di Dandelin, p. 264 – 2.8.8 La proiezione stereografica della sfera, p. 269 – 2.8.9 Il problema di Apollonio, p. 272
- 278 2.9 Le superfici di interpolazione
- 280 2.10 Intersezioni piane tra superfici quadriche
 - 2.10.1 Le intersezioni fra superfici quadriche, in generale, p. 280 – 2.10.2 Sezioni piane di superfici quadriche, p. 283 – 2.10.3 Intersezioni piane fra superfici quadratiche, p. 290

Parte terza – Applicazioni

299 **Capitolo 1 – I poliedri regolari e semiregolari con un approfondimento sulle cupole geodetiche**

di Leonardo Baglioni

- 299 1.1 Le proprietà geometriche dei poliedri
- 308 1.2 I solidi platonici
- 311 1.3 I solidi archimedei
- 325 1.4 I poliedri catalani
- 327 1.5 La tassellazione dello spazio
- 337 1.6 I poliedri e le bolle di sapone
- 347 1.7 Discretizzazione delle superfici continue per mezzo di superfici poliedriche
- 355 1.8 La discretizzazione della sfera: le cupole geodetiche
 - 1.8.1 Prima tipologia: le griglie icosaedriche, p. 365 – 1.8.2 Seconda tipologia: le griglie dodecaedriche, p. 368 – 1.8.3 Terza tipologia: le griglie A III, p. 370 – 1.8.4 Quarta tipologia: le griglie A V, p. 371 – 1.8.5 Quinta tipologia: le griglie A XIII, p. 373
- 377 1.9 Considerazioni di carattere geometrico e strutturale
- 384 1.10 Le NURBS e la discretizzazione delle superfici free-form
- 388 1.11 Breve storia dei poliedri
- 401 1.12 La generazione delle mesh
- 404 1.13 Gli algoritmi informatici di meshing
 - 1.13.1 Generatori di mesh triangolari e tetraedrici, p. 405 – 1.13.2 Generatori di mesh quadrilateri ed esaedrici, p. 411 – 1.13.3 Surface Meshing, p. 414
- 415 1.14 Post produzione delle mesh
- 417 1.15 Metodi di tassellazione delle superfici parametriche nei modellatori informatici

423 **Capitolo 2 – Gli archi e le volte**

di Riccardo Migliari e Federico Fallavollita

- 423 2.1 Nomenclatura e classificazione generale degli archi e delle volte

- 428 2.2 Il tracciamento e la suddivisione in conci degli archi
 - 2.2.1 Arco a tutto sesto, p. 428 – 2.2.2 Archi a sesto ribassato o a sesto scemo, p. 430 – 2.2.3 Profilo ovale, p. 432 – 2.2.4 Archi a sesto rialzato, p. 436 – 2.2.5 Archi a sesto acuto, p. 436
- 439 2.3 Le volte semplici
 - 2.3.1 La volta a botte a tutto sesto e retta, p. 440 – 2.3.2 La volta a vela, p. 441 – 2.3.3 La volta a vela a sesto incompleto o volta boema, p. 444 – 2.3.4 La volta anulare, p. 444 – 2.3.5 La volta elicoidale o vite di Saint-Gilles, p. 444 – 2.3.6 La cupola, p. 447
- 447 2.4 Le volte composte
 - 2.4.1 Le volte lunettate, p. 447 – 2.4.2 Le volte a crociera e a padiglione, p. 451 – 2.4.3 Le cupole composte, p. 459

462 **Capitolo 3 – I tetti**

di Anna De Santis

- 462 3.1 Aspetti generali e nomenclatura
- 463 3.2 Proprietà geometriche delle falde ad angolo di pendio costante
- 464 3.3 Tecniche di progettazione di un tetto
 - 3.3.1 Edificio isolato di forma rettangolare o quadrangolare, p. 465 – 3.3.2 Edifici isolati di forma irregolare, p. 468 – 3.3.3 Tetti a gronde inclinate, p. 476
- 481 3.4 Correzione della pendenza al fine di semplificare la geometria di un tetto
- 483 3.5 Sviluppo del tetto

485 **Capitolo 4 – Stereotomia della pietra**

di Marta Salvatore, Camillo Trevisan

- 485 4.1 La stereotomia
 - 4.1.1 Principi della progettazione stereotomica, p. 489 – 4.1.2 Le murature a superficie di paramento piana, p. 491 – 4.1.3 Le murature a superficie di paramento curva, p. 496 – 4.1.4 Le volte sferiche, p. 497 – 4.1.5 Le volte cilindriche rette, p. 501 – 4.1.6 Le volte cilindriche oblique, p. 502 – 4.1.7 Le volte cilindriche strombate, p. 512 – 4.1.8 Le volte coniche, p. 516 – 4.1.9 Le scale elicoidali, p. 521
- 523 4.2 Metodi e applicazioni tra la metà del Cinquecento e la metà del Settecento

- 4.2.1 Ricostruzione del metodo proposto da Philibert Delorme per trovare i pannelli dei concii di un arco, p. 547 – 4.2.2 Ricostruzione del metodo proposto da Philibert Delorme per la *trompe* di Anet, p. 548 – 4.2.3 Ricostruzione del metodo proposto da Girard Desargues, p. 555
- 562 **Capitolo 5 – Stereotomia del legno**
di Leonardo Paris
- 562 5.1 Premessa
- 564 5.2 Le unioni
5.2.1 Le unioni a tenone e mortasa, p. 564 – 5.2.2 Le unioni a mezzo legno, p. 567 – 5.2.3 Le unioni a coda di rondine, p. 570 – 5.2.4 Le unioni a innesto verticale, p. 571 – 5.2.5 Le unioni a innesto orizzontale, p. 572
- 573 5.3 Le capriate
5.3.1 Elementi costitutivi di una capriata palladiana semplice, p. 574 – 5.3.2 Individuazione delle unioni in una capriata semplice, p. 576 – 5.3.3 Altri esempi di capriate composte, p. 577 – 5.3.4 Orditura principale nelle falde a padiglione ortogonale e obliquo, p. 578 – 5.3.5 Su alcuni nodi particolari, p. 581
- 585 5.4 Il corrimano curvo nelle scale in legno
5.4.1 Dettaglio del corrimano curvo, p. 587
- 589 **Capitolo 6 – La rappresentazione delle ombre e del chiaroscuro**
di Riccardo Migliari, Graziano Valentini
- 589 6.1 Il chiaroscuro
6.1.1 La propagazione della luce e i suoi modelli geometrici, p. 589 – 6.1.2 Modelli di sorgente luminosa, p. 589 – 6.1.3 Effetti della luce sui corpi, p. 591 – 6.1.4 Ombra propria, portata e autoportata, p. 592 – 6.1.5 Chiaroscuro e grado di intensità luminosa, p. 592 – 6.1.6 Intensità luminosa e chiarezza apparente, p. 594 – 6.1.7 Punti brillanti e riflessi, p. 595 – 6.1.8 Prospettiva aerea, p. 596 – 6.1.9 Costruzione accurata dell'immagine del Sole, p. 598
- 598 6.2 La rappresentazione digitale del chiaroscuro
6.2.1 Ottica geometrica, fisica e quantistica, p. 599 – 6.2.2 Algoritmi unbiased e biased, p. 601 – 6.2.3 Modelli d'illuminazione locale, p. 602 – 6.2.4 Modelli di illuminazione globale, p. 608
- 617 *Bibliografia*
- 621 *Indice analitico*

Gli autori

Questo libro è il risultato di un'ampia collaborazione di esperti con competenze diverse, provenienti dal mondo accademico, dell'istruzione, industriale e professionale, che si sono riconosciuti nel progetto di rinnovamento della geometria descrittiva ideato e coordinato da Riccardo Migliari:

Leonardo Baglioni, architetto, dottore di ricerca in Scienze della Rappresentazione e del Rilievo presso la «Sapienza» Università di Roma. Si interessa ai problemi di rappresentazione per mezzo dei metodi grafici tradizionali e digitali, attualmente si sta occupando dello studio della discretizzazione delle superfici continue condotto nel metodo della rappresentazione matematica.

Roberto Ciarloni, ingegnere, è attualmente Responsabile Della Tecnologia (CTO) di think3, una società multinazionale che commercializza soluzioni per la progettazione industriale. La sua carriera ha seguito la nascita e l'affermazione del CAD tridimensionale in Italia e nel mondo. Ha contribuito a sviluppare e supervisionare diversi prodotti CAD in un mercato altamente competitivo. Ha gestito team di sviluppo software internazionali contribuendo a innovare il processo di sviluppo software. Ha acquisito una profonda esperienza nei concetti della modellazione geometrica e della computer graphics. È stato professore di computer grafica al Politecnico di Milano. Attualmente si occupa di nuove

tecnologie applicate al CAD, tra cui nuovi sistemi di visualizzazione e di interazione.

Laura De Carlo, architetto, professore ordinario alla «Sapienza» Università di Roma, dove insegna Fondamenti e applicazioni di Geometria Descrittiva, alla Facoltà di Architettura «L. Quaroni». Oltre alle tematiche inerenti la Geometria descrittiva e la sua storia in rapporto alle tecnologie informatiche, si occupa di nuove strumentazioni per l'analisi dell'architettura e per il rilievo urbano.

Anna De Santis, dottore di Ricerca in Rilievo e Rappresentazione del Costruito, è docente di Discipline Geometriche e Architettoniche nella scuola secondaria superiore. Dal 2003 è professore a contratto presso la Facoltà di Architettura «L. Quaroni» della «Sapienza» Università di Roma, nei corsi di Disegno, Geometria e Scienza della Rappresentazione presso i corsi di laurea in Disegno Industriale e Architettura degli Interni. Ha partecipato a ricerche sulla storia della Scienza della Rappresentazione.

Federico Fallavollita, dottore di ricerca in Scienze della Rappresentazione e del Rilievo presso la «Sapienza» Università di Roma. Oltre ad avere collaborato come progettista a diversi concorsi internazionali d'architettura, svolge attività didattica e di ricerca nell'ambito della «Sapienza» Università di Roma. Si occupa, in generale, di problemi di rappresentazione e di rilievo dell'architettura. In particolare s'interessa del rinnova-

mento della Geometria descrittiva connesso all'uso degli strumenti informatici.

Filippo Fantini è laureato in architettura, dottore di ricerca dell'area disciplinare del Disegno e attualmente borsista presso l'Università Politecnica di Valencia. Si occupa di computer grafica sia nell'ambito della professione che nella formazione. Da anni lavora nel settore del rilevamento digitale ed in particolar modo sperimenta i sistemi di ottimizzazione dei modelli numerici mediante software dedicato alla produzione di effetti visivi.

Riccardo Migliari, architetto, è professore ordinario di Fondamenti e Applicazioni di Geometria Descrittiva alla «Sapienza» Università di Roma ove insegna nella Facoltà di Architettura «L. Quaroni». Si interessa delle applicazioni del computer al progetto e alla rappresentazione dell'architettura dalla fine degli anni sessanta e ha seguito l'evoluzione dei sistemi informatici fin dal loro primo apparire nel mondo accademico e professionale. È attualmente impegnato nel progetto di rinnovamento della disciplina di cui è titolare e ha dedicato a questo tema molte pubblicazioni, in parte consultabili sul sito: <http://www.migliari.it>.

Leonardo Paris, architetto, è professore associato presso la Facoltà di Ingegneria della «Sapienza» Università di Roma nel settore scientifico disciplinare del Disegno. Oltre all'attività didattica, che svolge principalmente presso la sede distaccata del Polo Universitario di Rieti, segue con particolare attenzione l'evolversi delle tecniche e delle metodologie avanzate nel campo del rilievo e in quello della rappresentazione. I principali campi di ricerca sono quelli riguardanti la fotogrammetria, la geometria descrittiva e il disegno informatico.

Marta Salvatore, architetto, dottore di ricerca in Rilievo e Rappresentazione dell'Architettura e dell'Ambiente presso l'Università degli studi di Firenze. Indirizza la propria attività di ricerca allo studio della geometria descrittiva e dei contributi teorici che concorsero al suo fondamento. Si occupa allo stesso tempo dei metodi della rappresentazione digitale con particolare interesse per la rappresentazione matematica.

Camillo Trevisan, professore Associato in Disegno presso l'Università IUAV di Venezia. Delegato del Rettore per Informatica e Multimedia e nel Consiglio di Amministrazione CINECA. Presidente del comitato tecnico scientifico del Laboratorio Multimedia fDA-DADI. L'attività di ricerca riguarda la rappresentazione e l'interazione eseguite con l'utilizzo di tecniche e strumenti informatici e la predisposizione di software specifici. Responsabile scientifico di varie unità di ricerca nell'ambito di convenzioni e di progetti ministeriali PRIN e FIRB.

Graziano Mario Valenti, architetto, è docente di Modellazione digitale e Computer grafica nei corsi di Laurea Magistrale e Specialistica in Disegno Industriale presso la Facoltà di Architettura «L. Quaroni» della «Sapienza» Università di Roma. Ricercatore nell'area del disegno, ha sviluppato come principali temi di ricerca: la parametrizzazione dei modelli digitali orientati al progetto e al rilievo, sia in ambito architettonico che per il prodotto industriale; la gestione e la rappresentazione virtuale, real-time e interattiva, di modelli tridimensionali digitali distribuiti su rete geografica; la progettazioni di prodotti di comunicazione visiva bidimensionali, generati per proiezione di spazi tridimensionali.

Prefazione

Questo secondo volume della Geometria descrittiva è, essenzialmente, dedicato alle applicazioni dei metodi e delle costruzioni trattate nel primo. Le applicazioni riguardano due domini della nostra scienza: lo studio delle figure geometriche nel piano e nello spazio, e lo studio delle forme complesse del design e dell'architettura, e cioè il progetto.

La prima parte del libro raccoglie teorie e tecniche della rappresentazione matematica e della rappresentazione numerica, esaminate nei rispettivi ambiti di applicazione, che sono quelli della modellazione per superfici e per solidi e della modellazione per poligoni e per superfici di suddivisione. Gli Autori di questi capitoli descrivono quei principi generali e quegli accorgimenti pratici che permettono ad un lettore attento di orientarsi con sicurezza nell'apprendimento dei software dedicati a questi due diversi metodi di rappresentazione.

Nella seconda parte, i metodi suddetti sono applicati alla costruzione e allo studio delle figure che sono argomento tradizionale della geometria descrittiva: vale a dire le linee curve, piane e sghembe, e le superfici, rigate, sviluppabili, di rivoluzione, etc. I metodi digitali, e particolarmente quello matematico¹, mostrano qui tutta la loro efficienza, prima nel momento della genesi geometrica, ovvero della costruzione della forma, poi nel momento della verifica sperimentale delle proprietà geometriche della stessa.

Questa verifica, avvalorata dalla accuratezza mi-

crometrica della rappresentazione, ha piena dignità di strumento dell'indagine geometrica, e si propone come *metodo di dimostrazione esistenziale*, per usare una efficace espressione di Gino Loria.

Nella terza parte, i medesimi metodi sono applicati alla costruzione e allo studio di forme che ricorrono nel progetto dell'architettura e del prodotto industriale; i poliedri, come prefigurazione delle strutture reticolari; gli archi e le volte; i tetti, nelle varie conformazioni imposte dalle ipotesi di progetto; la stereotomia della pietra, quanto mai attuale dopo l'introduzione delle macchine di taglio a controllo numerico; la stereotomia del legno e infine gli effetti della luce sui corpi, ovvero la rappresentazione delle ombre e del chiaroscuro.

Questo elenco non esaurisce, evidentemente, il campo assai più vasto delle applicazioni della geometria descrittiva (si pensi, ad esempio, alla costruzione degli ingranaggi, al disegno dell'ordine architettonico ecc.), ma offre alcuni esempi del rapporto tra la teoria geometrica descrittiva, la speculazione geometrica e il progetto, e del potenziamento di questa sinergia indotto dai sistemi digitali.

Le rappresentazioni digitali, infatti, non solo rendono più facili e rapidi risultati espressivi che richiederebbero, altrimenti, giornate di lavoro, ma potenziano il valore euristico dell'atto rappresentativo.

Quel «fornire continui esempi del passaggio dal noto all'ignoto», che è tipico del disegno geometri-

¹ In particolare, il software **Think3Design** è lo strumento principe della rappresentazione matematica trattata in questo libro. Questo programma può essere scaricato liberamente al seguente indirizzo: http://www.migliari.it/download/td_2008.zip.

Docenti e studenti delle scuole e delle università possono richiedere la licenza d'uso gratuita a: <http://www.think3.com/it/contatti/contatti?frompg=educational> specificando, nel *form*, il titolo di questo libro. Al medesimo sito si può accedere anche attraverso la scheda del libro sul sito www.utetuniversita.it

co, nella celebre definizione mongiana, è reso qui ancor più evidente dalla possibilità di esaminare non una ma innumerevoli visualizzazioni della for-

ma studiata e, per di più, nel flusso di interrogazioni e risposte istantanee che è tipico della interazione uomo-macchina.

Riccardo Migliari

Gli archi e le volte

Riccardo Migliari e Federico Fallavollita*

2.1 Nomenclatura e classificazione generale degli archi e delle volte

Occorre innanzitutto distinguere le strutture destinate a coprire le discontinuità di un muro dalle strutture destinate a ricoprire interi ambienti. Chiameremo *archi* le prime, *volte* le seconde.

Archi e volte sono, per elezione, strutture curve, tuttavia entrambe possono essere costruite anche in piano o con lievissime frecce o monte: chiameremo queste particolari costruzioni *piattabande*, siano esse destinate a coprire un varco, sia un intero ambiente.

Elementi di comune nomenclatura per archi, volte e piattabande sono (figura 2.1):

- i *conci*, cioè i blocchi di pietra che formano la struttura;
- i *filari*, che sono i ricorsi orizzontali dei conci o dei mattoni;
- i *letti* che sono i piani sui quali poggiano, gli uni sugli altri, i conci o i mattoni; i letti sono, di regola, perpendicolari all'intradosso;
- la *chiave*, che è il concio più alto dell'arco, posto sull'asse di simmetria della struttura;
- il *cervello* (o *chiave di volta*), che è il concio più alto della volta;
- le *spalle* o *piedritti*, che sono gli appoggi della struttura;
- il *piano d'imposta*, che è la superficie superiore dei piedritti, sul quale la struttura si appoggia;
- l'*intradosso*, che è la superficie inferiore della struttura;
- il *sesto* o *profilo*, che è la sezione verticale dell'intradosso;
- le *linee d'imposta*, che staccano l'intradosso dalla superficie interna dei piedritti;
- gli *archi d'imposta*, che sono i profili che delimitano sul fronte l'intradosso delle volte;
- la *linea di chiave*, che è, nelle volte a sviluppo lineare, il luogo geometrico descritto dai punti ove la tangente è orizzontale;
- la *corda* o *luce*, che è la distanza tra i piedritti;
- la *frecchia* o *saetta* o *monta* che è la distanza tra il piano di imposta e il punto più alto dell'intradosso;
- l'*estradosso*, che è la superficie superiore della struttura;
- il *rinfianco*, che è la muratura destinata a contenere le spinte laterali della struttura e a riportare in piano l'estradosso;
- gli *speroni* e le *porcelle*, che sono strutture di alleggerimento del rinfianco;
- le *fronti*, che sono le superfici verticali che delimitano la struttura;
- le *reni*, che sono le parti della struttura comprese tra i piedritti e i letti il cui angolo di pendio è più vicino ai 30°;

* Riccardo Migliari ha curato i paragrafi 2.1 e 2.2, Federico Fallavollita i paragrafi 2.3 e 2.4.

thinkdesign

- *Inserisci / Superfici / Estrusione globale – Modalità di movimento: Asse costante.*

2.3.6 La cupola

L'intradosso di una cupola è, di norma, una superficie semisferica. Nelle cupole barocche l'estradosso presenta invece un profilo rialzato, ovale o ellittico e frequentemente è realizzato come un padiglione (vedi il paragrafo 2.4.2). Spesso tra queste due superfici è presente uno spazio vuoto di alleggerimento (figura 2.32).

2.4 Le volte composte

2.4.1 Le volte lunettate

La lunetta è l'apertura semicircolare che si fa nel fianco di una volta a botte per dare luce all'ambiente (figura 2.33). Tra l'arco della lunetta e la volta, in particolare attraverso il rinfiaccio, si apre dunque un breve passaggio che può essere coperto in due modi: con una superficie cilindrica e con una superficie di forma simile a una porzione di ellissoide. Queste due soluzioni si chiamano: *lunetta cilindrica* e *lunetta sferoidica*, rispettivamente. Entrambe si costruiscono tagliando le superfici della volta a botte che abbiamo già descritto.

La volta a botte lunettata cilindrica

Per costruire la lunetta cilindrica si proietta, innanzitutto, la linea di imposta della volta sulla parete esterna del piedritto (figura 2.34). Qui si imposta la direttrice semicircolare dell'estradosso della lunetta e la relativa superficie cilindrica, normale alla parete.

Si costruisce poi la superficie dell'intradosso, a una distanza dalla prima pari allo spessore della struttura.

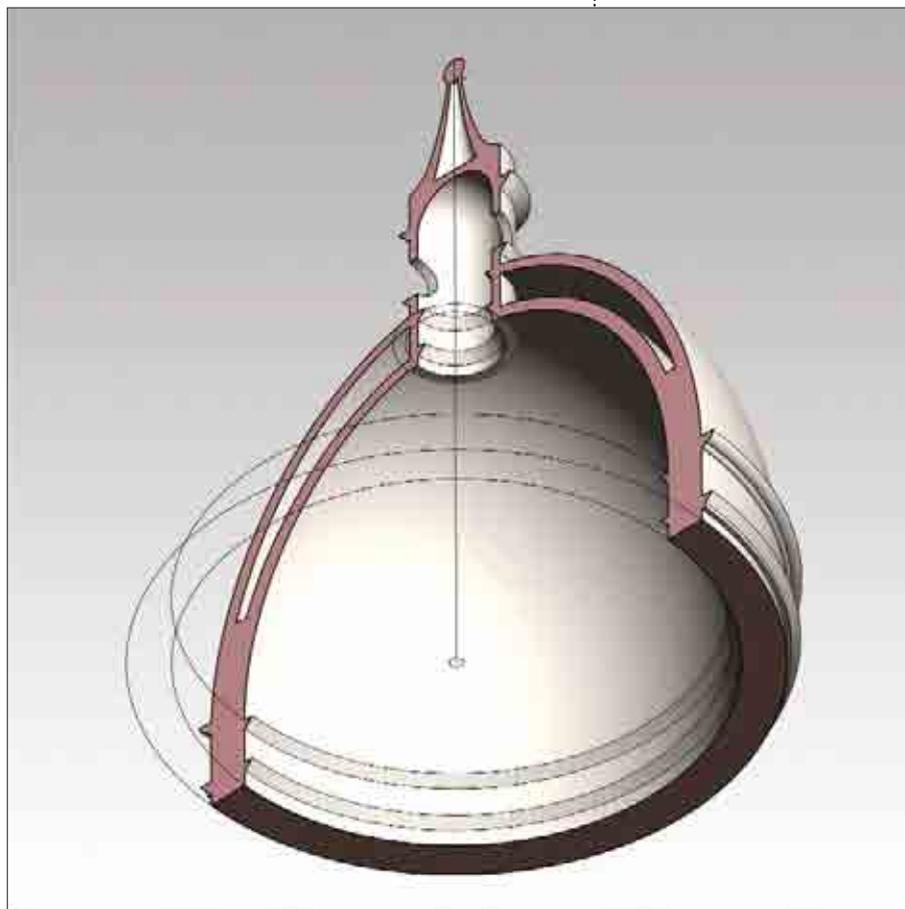


Fig. 2.32

Infine si genera un piano, per la larghezza della lunetta, adiacente al piano di imposta della volta.

Con questo piano e la superficie di estradosso si tagliano tutte le superfici estradosstate della struttura principale; mentre con la superficie di intradosso e il medesimo piano si tagliano le corrispondenti superfici di intradosso della struttura principale e la parete esterna.

Fig. 2.32 Schema di cupola

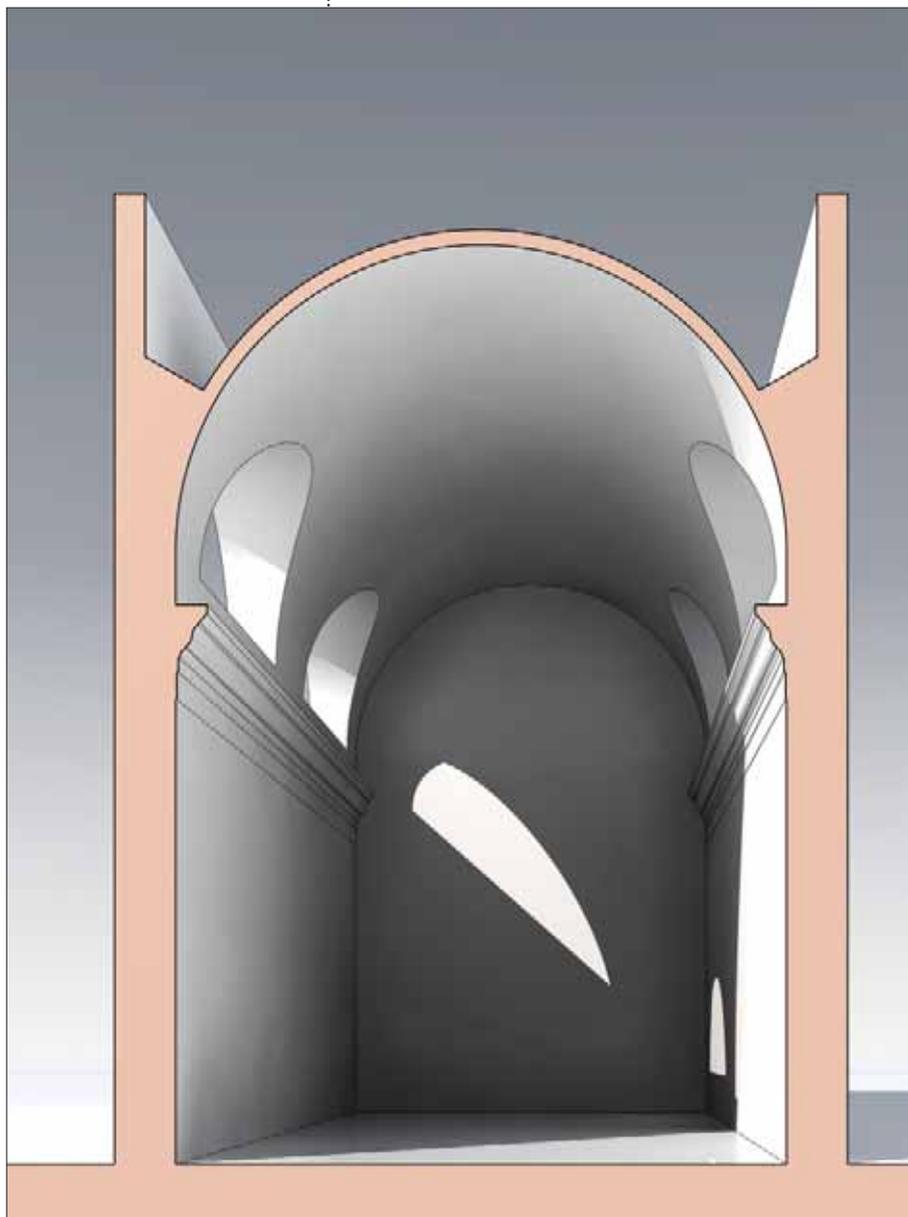


Fig. 2.33

La volta lunettata sferoidica

La struttura della lunetta sferoidica è identica a quella cilindrica nella parte che attraversa la parete esterna e il rinfiango, mentre è diversa nella parte che interessa la volta a botte (figura 2.35). Qui, infatti, la struttura si appoggia sull'arco di imposta e su due sezioni della volta principale, ottenute per mezzo di due piani verticali simmetrici rispetto l'asse dell'arco di imposta. Questa parte della lunetta, appunto di forma sferoidica, si chiama *unghia*.

Se la luce della lunetta è ampia, è possibile che il relativo arco di imposta tagli la superficie che delimita il rinfiango; se invece è più modesta, l'arco di imposta sarà più piccolo e il rinfiango sarà tagliato dall'unghia. Per questo motivo conviene procedere, nella costruzione, dalla lunetta all'unghia e definire le superfici che delimitano il rinfiango soltanto in un secondo momento.

Si comincia dunque col costruire i due dossi dell'arco d'imposta della lunetta (figure 2.36, 2.37).

Si tracciano poi, sul piano di imposta, due rette simmetriche rispetto all'asse della lunetta, che sono le proiezioni dei costoloni dell'unghia. Queste rette possono formare un angolo più o meno grande di un angolo retto. Si innalzano su di esse due piani verticali e con essi si taglia l'intradosso e l'estradosso della volta a botte.

Si costruiscono ora, con cura, le due superfici sferoidiche che costituiscono i due dossi dell'unghia. Questa costruzione si deve fare utilizzando le tecniche della rappresentazione matematica che consentono di descrivere una superficie quadrilatera più ampia di quella necessaria, che viene tagliata automaticamente lungo i tre bordi assegnati (*capping*). Per questa ragione bisogna evitare di forzare la superficie con un rigonfiamento eccessivo e, al tempo stesso, bisogna adottare gli accorgimenti, se esistono, che permettono di eseguire il calcolo con la migliore precisione disponibile.

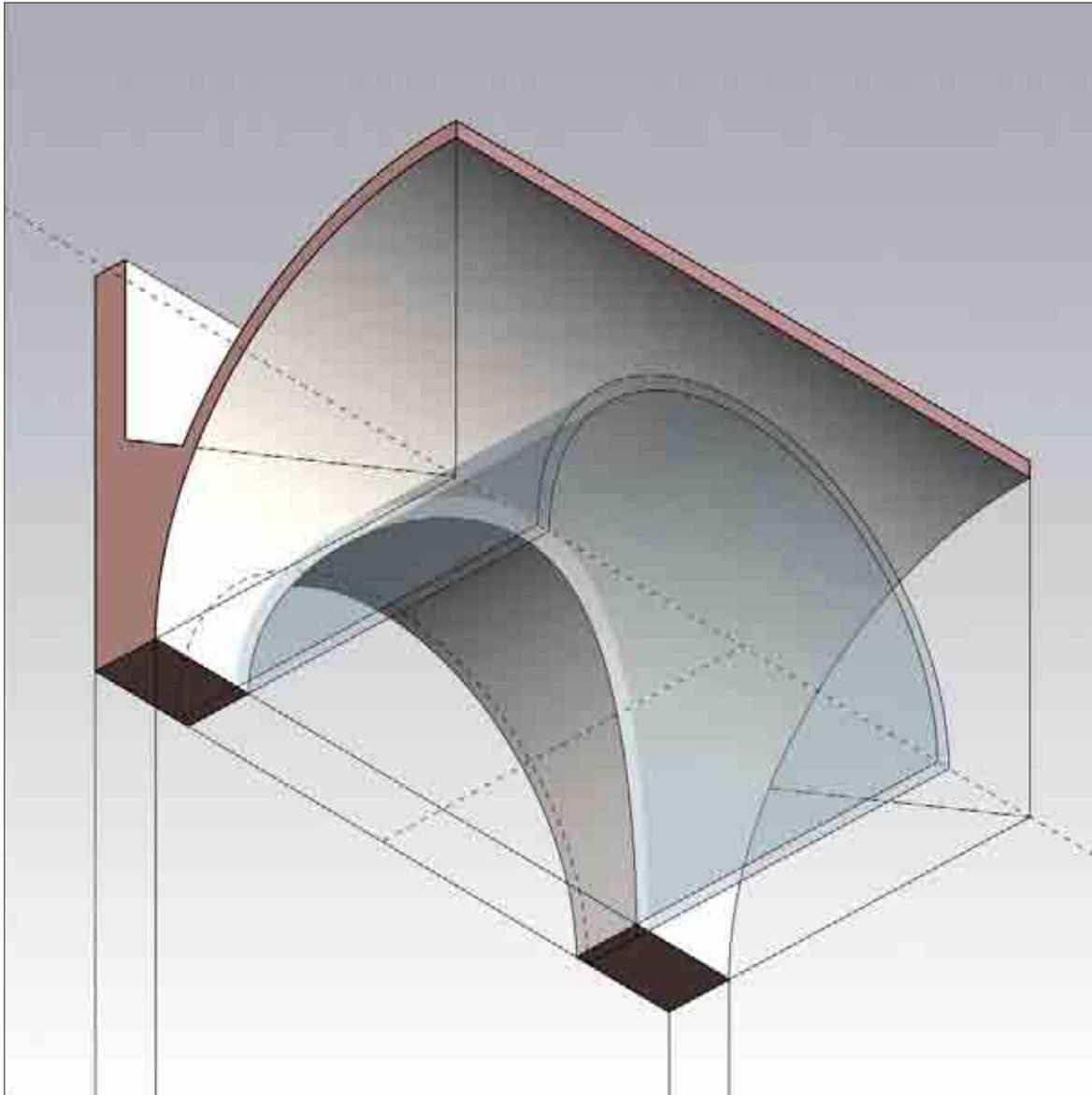


Fig. 2.34

Fig. 2.33 La lunetta è l'apertura semicircolare che si fa nel fianco di una volta a botte per dare luce all'ambiente

Fig. 2.34 Volta a botte lunettata cilindrica

Fig. 2.35 Volta lunettata sferoidica

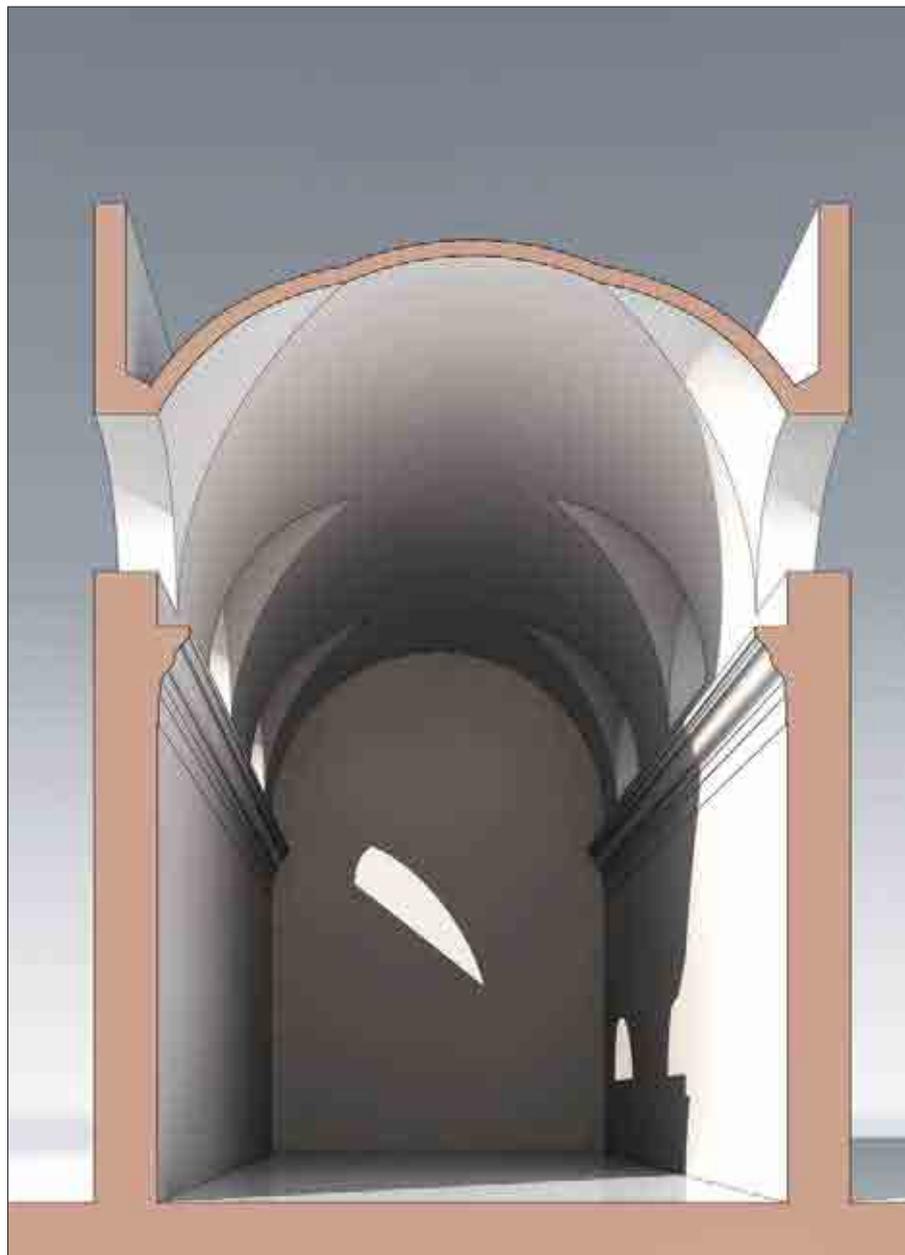


Fig. 2.35

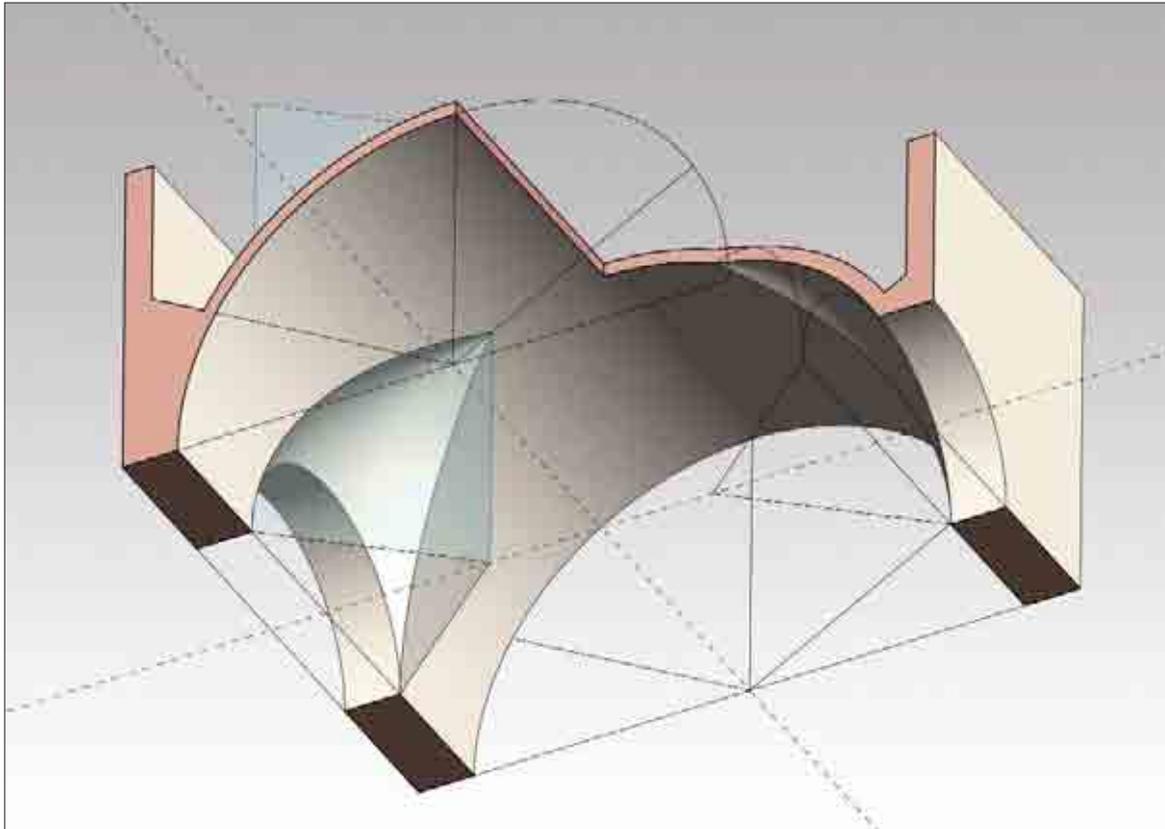


Fig. 2.36 Costruzione della volta lunettata sferoidica

Fig. 2.36

Una volta completate le superfici dell'arco di imposta della lunetta e dell'unghia, si genera il piano che delimita superiormente il rinfiacco e si tagliano le superfici le une con le altre per ottenere, infine, un solido *manifold* (che possiede una topologia corretta).

2.4.2 Le volte a crociera e a padiglione

La volta a crociera nasce dalla intersezione di due cilindri o, in certi casi particolari, dalla intersezione di coni e cilindri. Questa intersezione è però caratte-

rizzata dal fatto che le due superfici che si intersecano ammettono una coppia di piani tangenti e, di conseguenza, si tagliano secondo due curve piane, vale a dire secondo ellissi (figura 2.38).

Queste ellissi, nella soluzione architettonica, prendono il nome di *costoloni*.

È ora evidente che, trattandosi di curve piane, i costoloni si possono considerare sia come originati dall'incontro delle due superfici cilindriche o coniche, sia come risultato della sezione fatta con due piani verticali, simmetrici rispetto all'asse del cilindro o del cono.

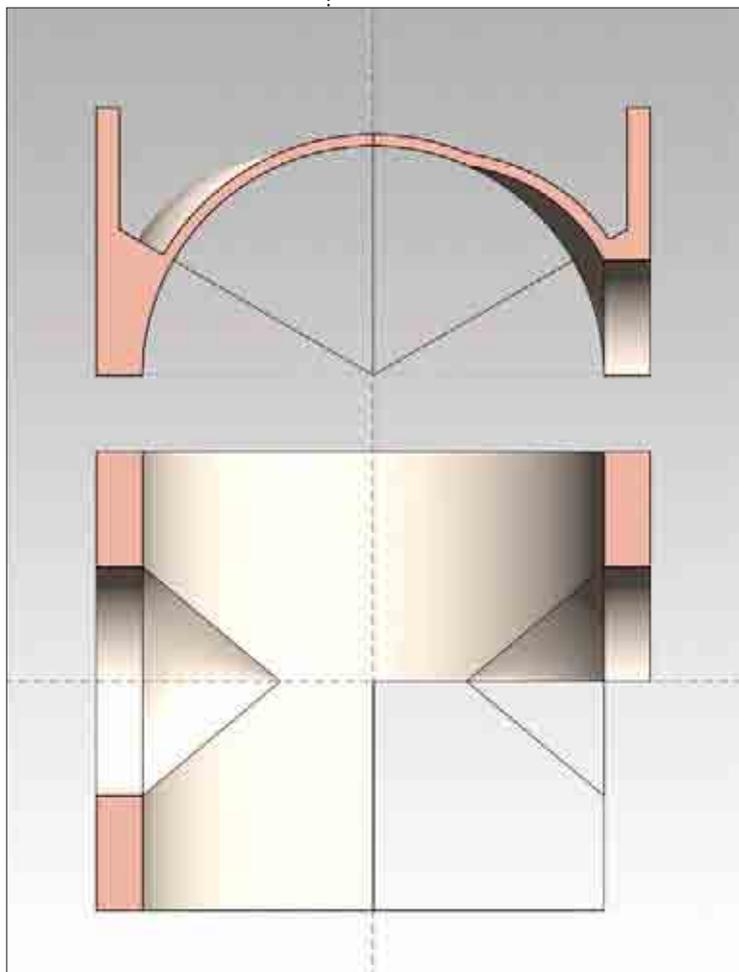


Fig. 2.37

Fig. 2.37 Pianta e alzata della volta lunettata

Fig. 2.38 La volta a crociera nasce dalla intersezione di due cilindri che hanno due piani tangenti in comune

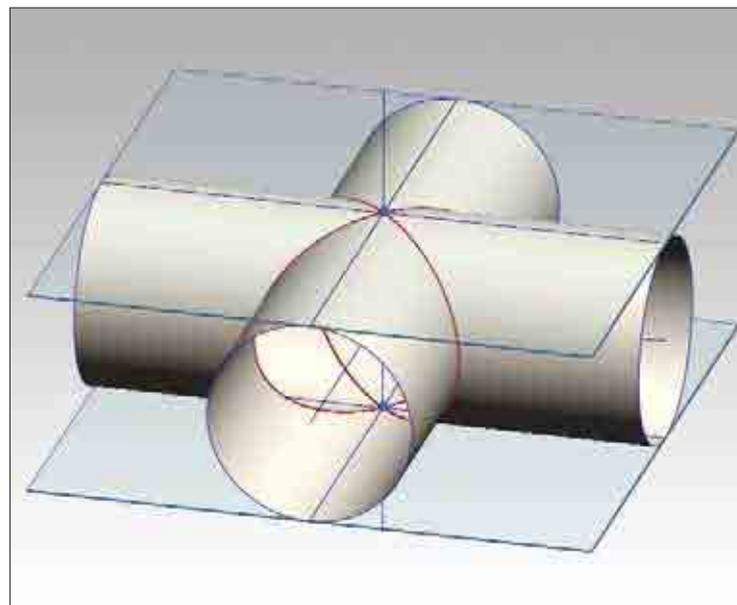


Fig. 2.38

genera la volta a crociera; la secondo si chiama *fuso* e unita ad altre identiche genera la volta a padiglione.

Come abbiamo detto, i piani verticali usati per sezionare il cilindro debbono essere simmetrici rispetto all'asse, ma possono formare tra loro un angolo qualsiasi. Variando opportunamente quest'angolo si possono costruire volte a crociera e a padiglione su impianti poligonali regolari, di un qualsiasi numero di lati.

La volta a crociera romana su impianto quadrato

La volta a crociera romana si distingue da quella rialzata, tipica dell'architettura romanica e gotica, sia per differenze formali, che per motivi strutturali. La volta a crociera romana è costituita dall'intersezione di due volte a botte portanti. Gli spigoli degli archi diagonali sono il risultato dell'intersezione delle due volte a botte e non hanno una funzione strutturale. La volta a crociera rialzata gotica è,

Consideriamo allora una volta a botte con il suo spessore e sezioniamola con due piani verticali, come si è detto (figura 2.39). Si possono considerare due porzioni del solido: quella che ha per lati l'arco di imposta e due costoloni oppure quella che per lati la linea di imposta e due costoloni; la prima di queste parti si chiama *unghia* e unita ad altre identiche

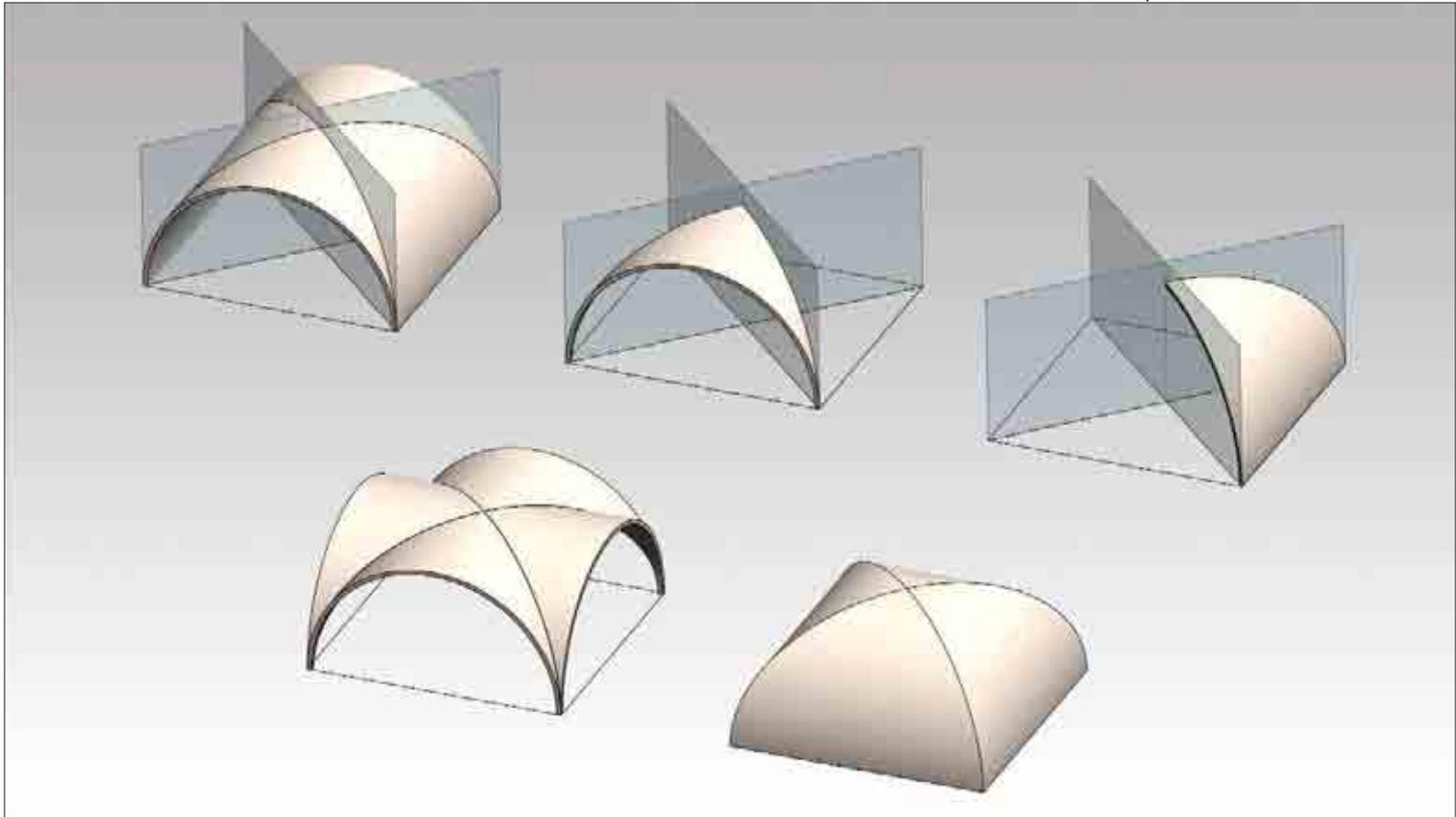


Fig. 2.39

invece, costruita facendo prima i costoloni e poi i riempimenti, i più leggeri possibile. La volta a crociera romana, quindi, è rigorosamente cilindrica tale da avere il cervello alla stessa quota della chiave degli archi d'imposta delle volte a botte che la compongono. Breyman² riferisce che il cambiamento della volta a crociera romana nella volta a crociera del tipo gotico è avvenuto quando ci si è accorti dell'importanza statica degli spigoli. Si cercò, allora, di rinforzarli attraverso l'impiego, anche, della pietra da taglio. La forma ellittica dell'ar-

co risultò essere scomoda e si preferì usare l'arco di circonferenza per gli spigoli della volta. Rimaneva, comunque, il problema degli archi laterali che dovevano essere rialzati per poter mantenere costante la monta della volta. Da qui la scelta dell'arco acuto. Inoltre la possibilità dell'arco acuto consentiva di utilizzare la stessa sagoma dell'arco circolare per tutti i costoloni. Trascurando poi l'orizzontalità della linea orizzontale si arrivò a una forma di crociera più libera.

Per costruire la volta a crociera romana su im-

Fig. 2.39 Schema costruttivo delle volte a crociera e delle volte a padiglione

² Cfr. A.G. Breymann, *Trattato generale di costruzioni civili*, Milano 1885.

Fig. 2.40 Volta crociera su impianto rettangolare

pianto quadrato si costruiscono dapprima i due cilindri uguali che costituiscono le superfici d'intradosso delle due volte a botte originali. Poi si tagliano i due cilindri secondo le linee d'intersezione ellittiche e si considerano le quattro unghie. Gli spessori della volta a impianto quadrato non rappresentano alcun problema particolare.

La volta crociera su impianto rettangolare

Quando la volta a crociera è impostata su un impianto rettangolare, uno dei due archi deve essere necessariamente ribassato o rialzato e, in entrambi i

casi avrà profilo ellittico. In questo modo i due cilindri conservano il comune piano tangente che assicura la planarità delle curve dei costoloni. In questo modo le due linee di chiave si mantengono sul medesimo piano, che è appunto il piano tangente comune alle due superfici dei dossi.

È anche possibile, però, una soluzione che rinuncia ad avere le linee di chiave complanari e sarà discussa nel seguito.

Consideriamo ad esempio due sale che si intersechino secondo il rettangolo (o parallelogramma) (ABCD) dove (AB), (CD) e (BC), (AD) sono le cop-

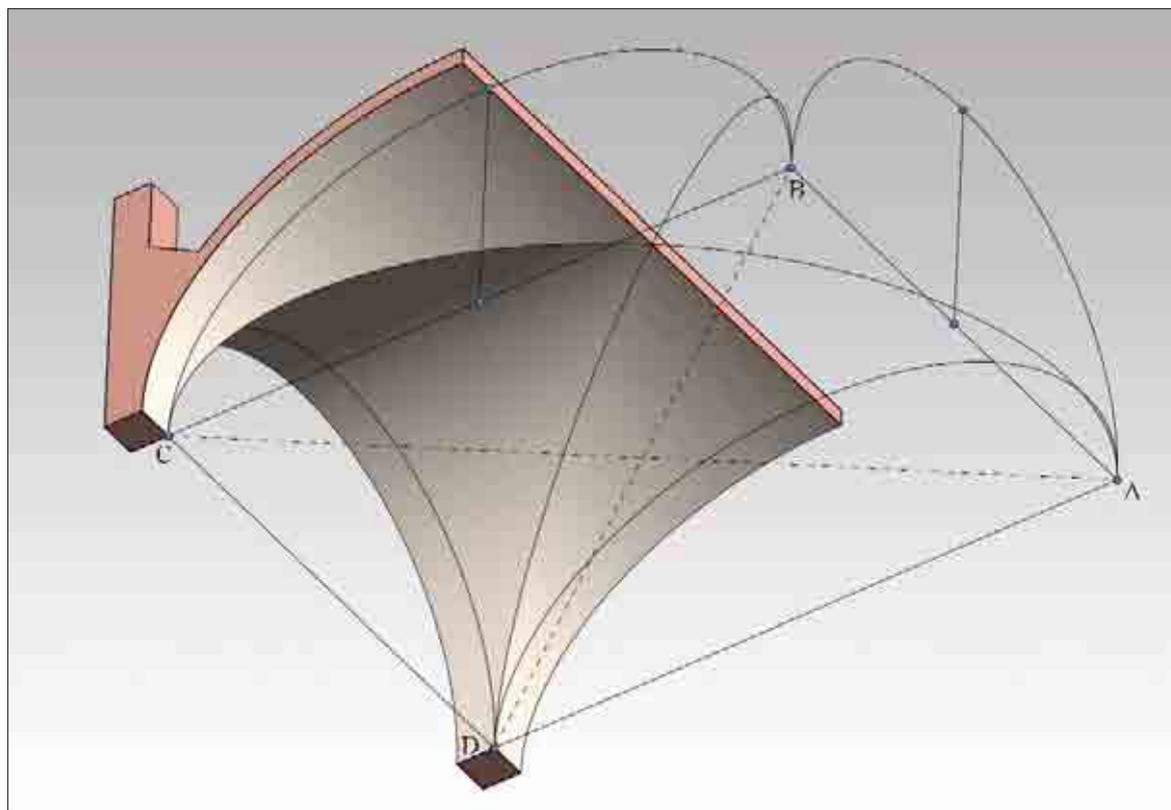


Fig. 2.40

pie di lati opposti (figura 2.40). Se la luce (AB) è più breve della luce (BC) si costruisce, per solito, sulla prima un arco a tutto sesto di freccia $(AB)/2$, poi, sulla seconda, un arco a sesto ribassato ellittico che ha (BC) come corda e freccia uguale a $(AB)/2$.

La volta crociera su impianto poligonale

Abbiamo visto che, tagliando con piani di simmetria una porzione di superficie cilindrica, è possibile ottenere unghie e fusi che, in modo opportuno, possono costituire le superfici d'intradosso di una volta e coprire qualsiasi impianto poligonale. Utilizzando le unghie si costruisce una volta derivata da quella romana, mentre utilizzando i fusi si costruiscono le volte a padiglione, che vedremo più avanti.

Le unghie possono essere sovrapposte secondo un movimento di rotazione perché sono congruenti fra loro e, a seconda dei piani di sezioni opportunamente scelti, si coprono ambienti poligonali regolari (figura 2.41). Per esempio, dato un impianto su un poligono regolare come il triangolo equilatero o un pentagono regolare è possibile costruire un'unghia, con il noto sistema, e ruotare la stessa sfruttando la simmetria della composizione (figure 2.42, 2.43).

La volta a crociera semplicemente rialzata

Su un impianto rettangolare ABCD costruiamo dapprima i due costoloni AC e BD trasversali (figura 2.44). Questi due archi s'incontrano nel cervello V della volta. Se i due archi sono delle semicirconfere

Fig. 2.41 Le unghie possono essere sovrapposte secondo un movimento di rotazione perché sono congruenti fra loro

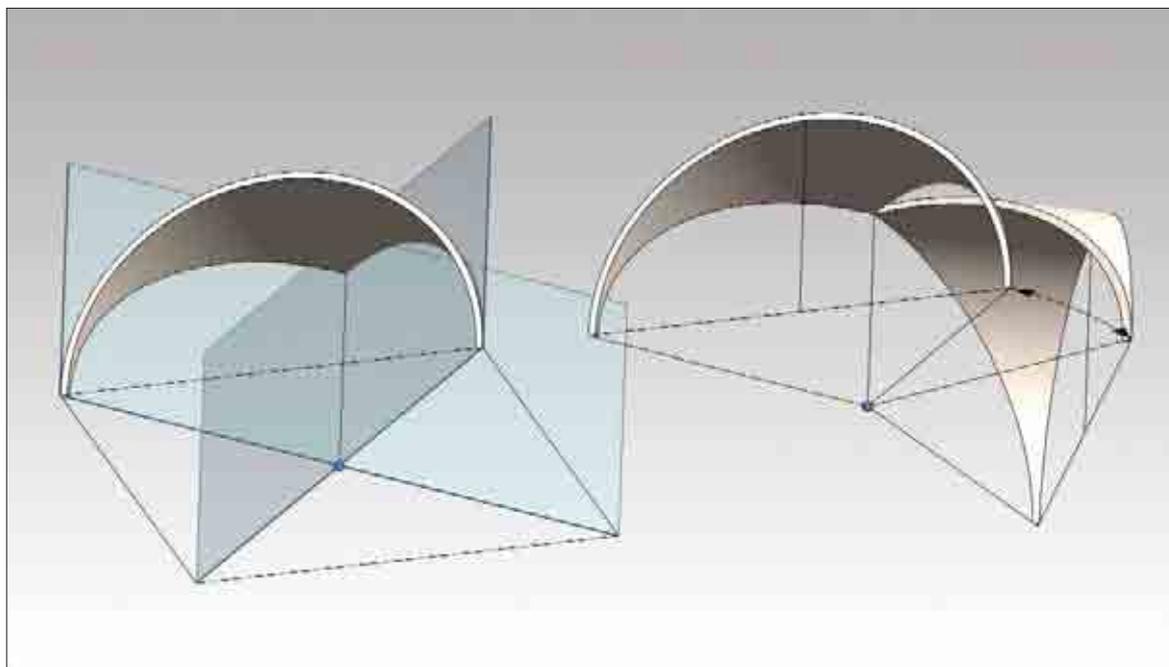


Fig. 2.41

Fig. 2.42 Volta a crociera su impianto poligonale triangolare

Fig. 2.43 Volta a crociera su impianto poligonale pentagonale

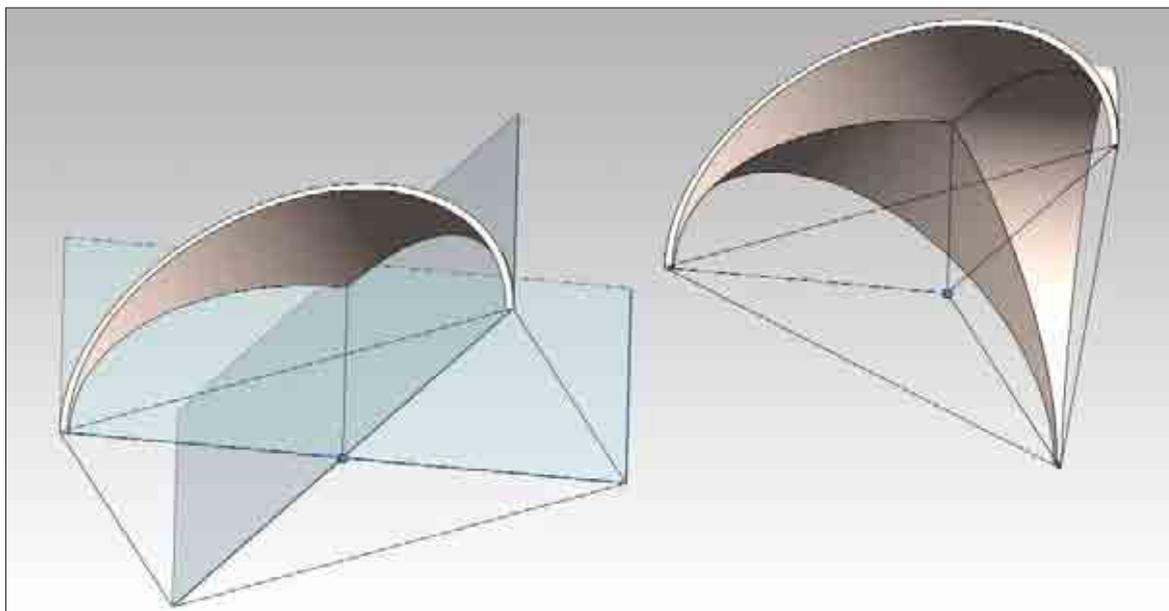


Fig. 2.42

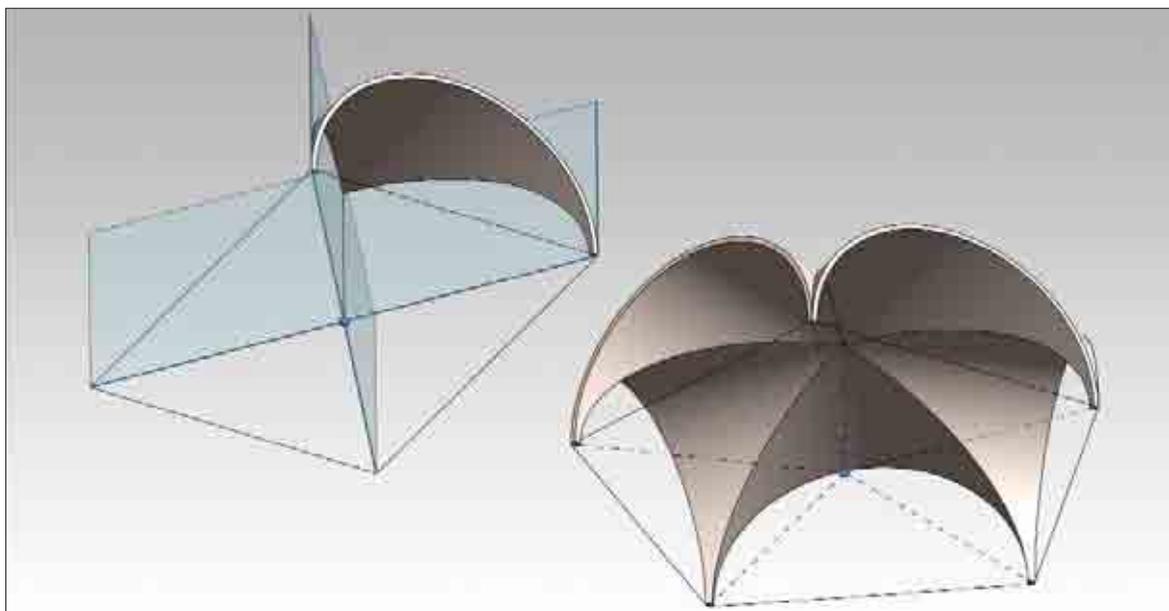


Fig. 2.43

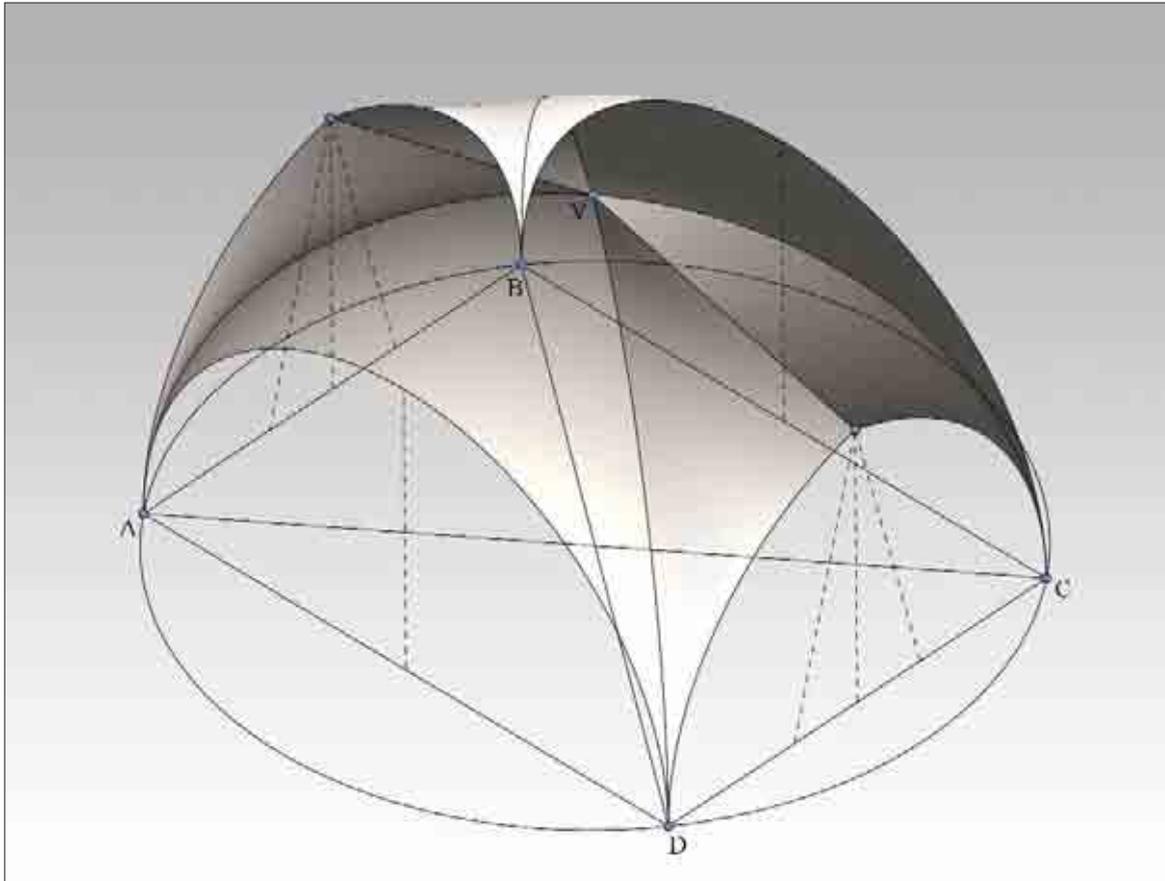


Fig. 2.44 Volta a crociera semplicemente rialzata

Fig. 2.44

renze la quota del punto **V** è uguale alla semidiagonale del quadrilatero di base. Per costruire una volta a crociera di derivazione romana sarebbe necessario rialzare tutti e quattro i profili degli archi d'imposta che hanno come corde **AB**, **BC**, **CD** e **AD**. Una soluzione alternativa consiste nel costruire due profili di arco a tutto sesto sui lati **AB** e **CD**, mentre sui lati rimanenti si costruiscono due archi acuti. Gli archi a tutto sesto **AD** e **BC** hanno le chiavi più basse del cervello **V** della volta. Le relative unghie so-

no porzioni di superficie sferica. Le due unghie che si appoggiano agli archi acuti **AB** e **CD** sono costituite da superfici rigate a piano direttore verticale (con giacitura parallela ai due archi **AD** e **BC**). Dunque la volta è costituita da porzioni di superfici a vela e porzioni di superfici rigate a piano direttore verticale, dove le due direttrici sono gli archi d'imposta e i costoloni. Le sezioni trasversali di questo tipo di volta hanno un andamento a zig-zag dovuto alle differenze di quota della chiave degli archi

Fig. 2.45 Le sezioni trasversali delle volte a crociera semplicemente rialzata hanno un andamento a zig-zag

d'imposta del cervello della volta (figura 2.45). Inoltre, la sezione longitudinale che passa per il cervello della volta, ed è parallela ai lati d'imposta, seziona le superfici d'intradosso secondo delle generatrici rette.

È opportuno notare che le unghie di questo tipo di volta possono essere, oltre che porzioni di una superficie sferica, anche superfici *sferoidali*. Queste presentano una leggera monta nell'arco in mezzaria. Nella realtà distinguere la volta a crociera da una volta a vela non è sempre facile e l'analisi deve

essere fatta più su base costruttiva che su base geometrica.

La volta a padiglione

La volta a padiglione si compone di quattro o più fusi cilindrici impostati sui lati dell'ambiente da coprire. Se l'ambiente è quadrato la volta si compone di quattro fusi cilindrici uguali (vedi figura 2.38). Se l'impianto è rettangolare si possono adottare due soluzioni simili: nella prima si abbassa uno dei due profili (figura 2.46), nella seconda soluzione si adotta una

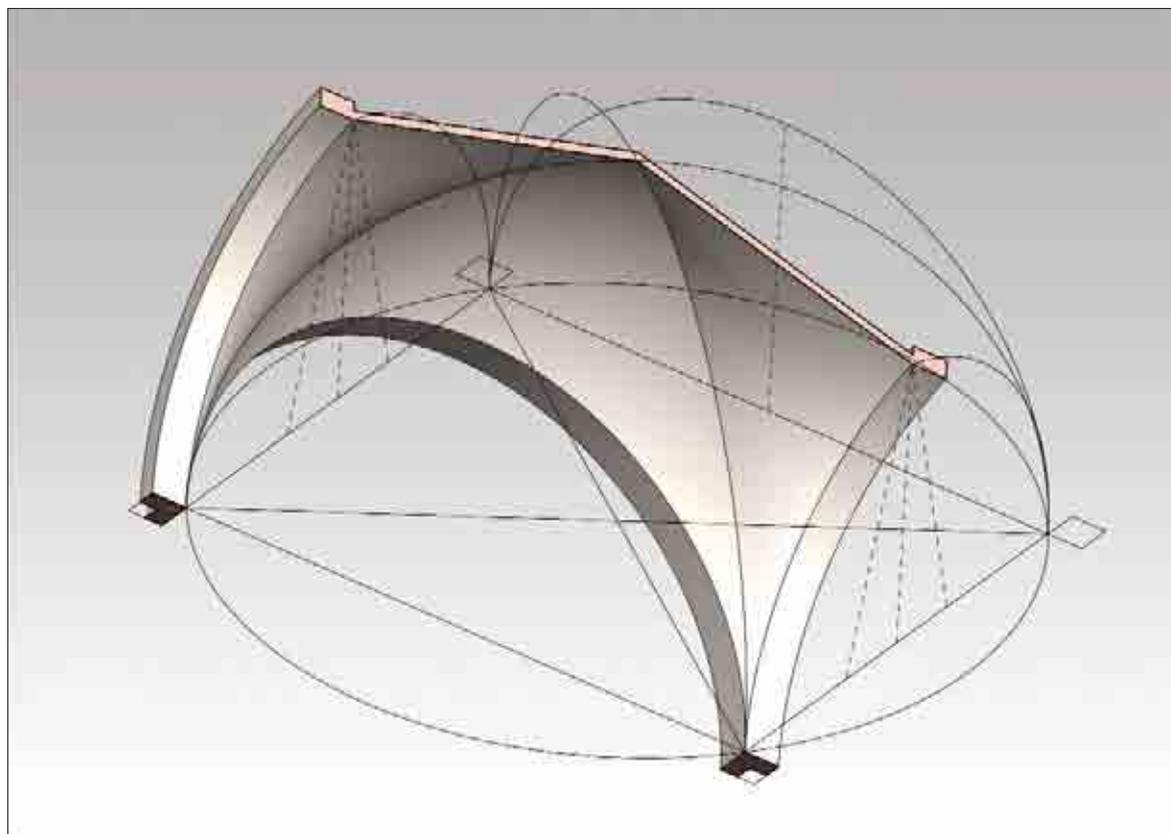


Fig. 2.45

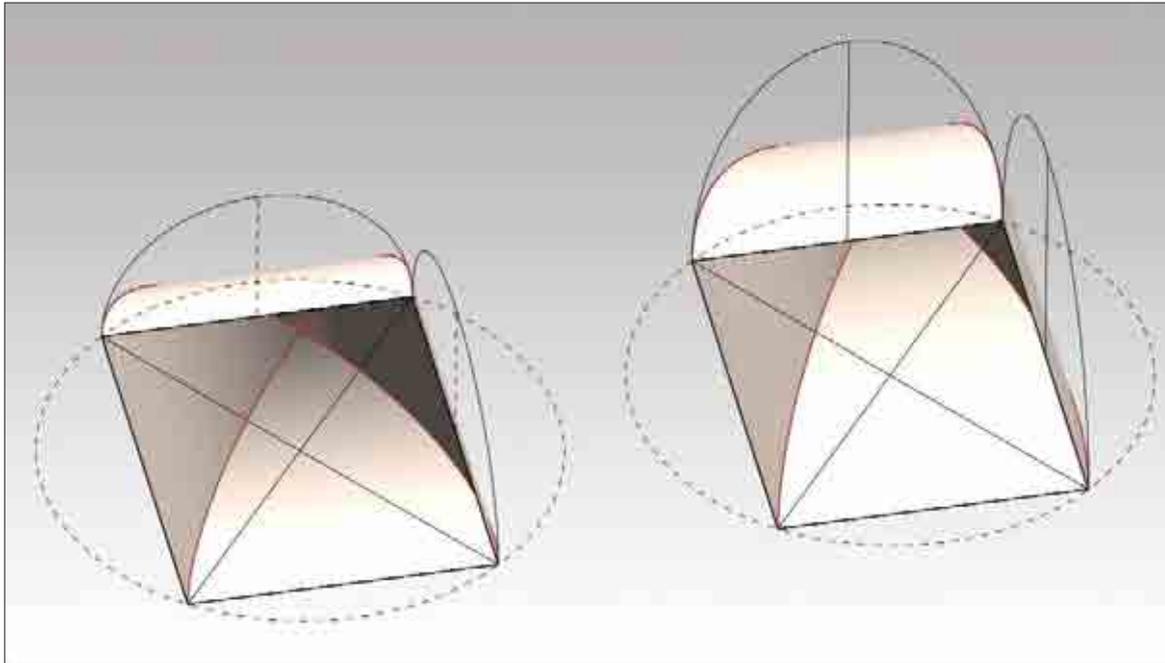


Fig. 2.46 Volte a padiglione

Fig. 2.46

composizione mista, in parte a botte e in parte a padiglione (vedi volta a botte con testa di padiglione).

Anche la volta a padiglione può essere costituita da costoloni semicircolari. Allora la volta sarà una volta a padiglione rialzata, perché la chiave di volta si innalza e la sezione trasversale della struttura presenta un profilo ellittico rialzato con freccia maggiore della semicorda. La costruzione geometrica di questa volta non presenta difficoltà.

Se l'impianto è poligonale, come l'ottagono in figura, si sfrutta la simmetria dei costoloni e dei fusi per coprire l'intero ambiente (figura 2.47). Il profilo dei costoloni generalmente è a sesto acuto.

La volta a botte con testa di padiglione

È una volta a botte terminata da uno o più padiglioni (figura 2.48). La loro rappresentazione non pre-

senta alcuna difficoltà rispetto a quanto abbiamo già detto.

La volta a schifo

La volta a schifo è così detta perché ricorda lo scafo di una barca a fondo piatto (figura 2.49). Spesso, sia per scarsità di spazio disponibile alla freccia, sia per ragioni decorative, si costruiscono segmenti di cilindro impostati sui lati del piano di imposta che si raccordano poi con un solaio piano.

2.4.3 Le cupole composte

I tipi di volte rappresentate fin qui possono essere composte nei modi più differenti. È possibile, ad esempio, sezionare la volta a vela a tutto sesto con un piano tangente agli archi d'imposta o poco più

Fig. 2.47 Volta a padiglione su impianto poligonale regolare

Fig. 2.48 Volta a botte con testa di padiglione

Fig. 2.49 Volta a schifo

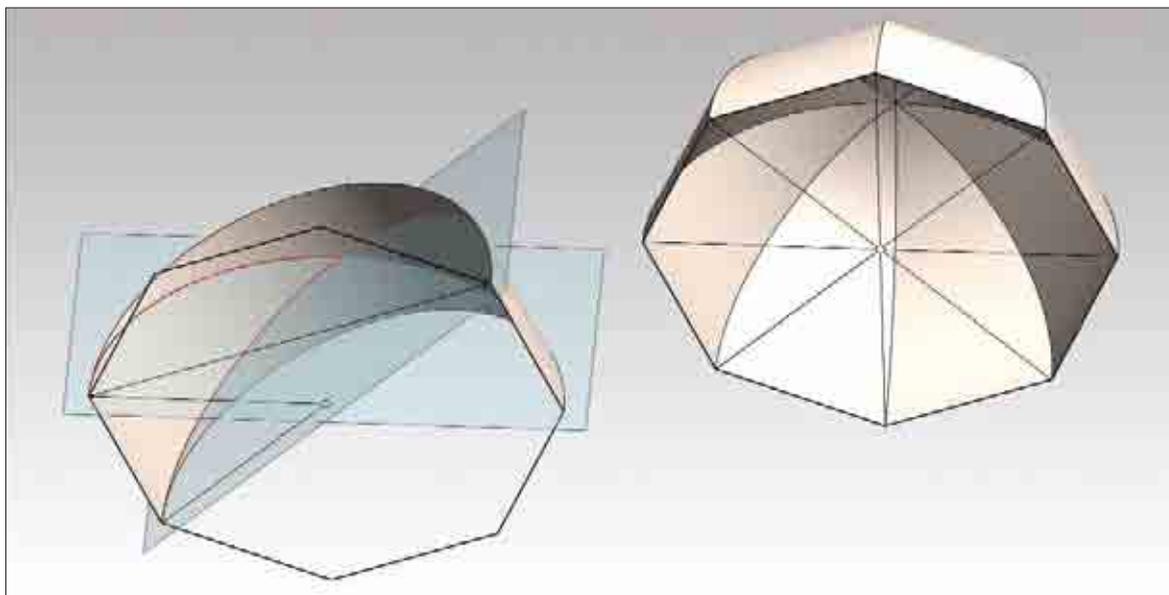


Fig. 2.47

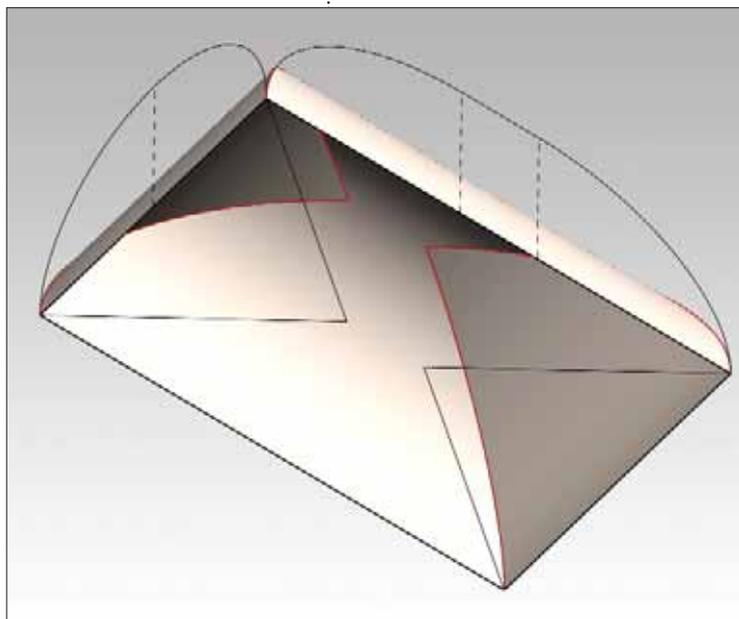


Fig. 2.48

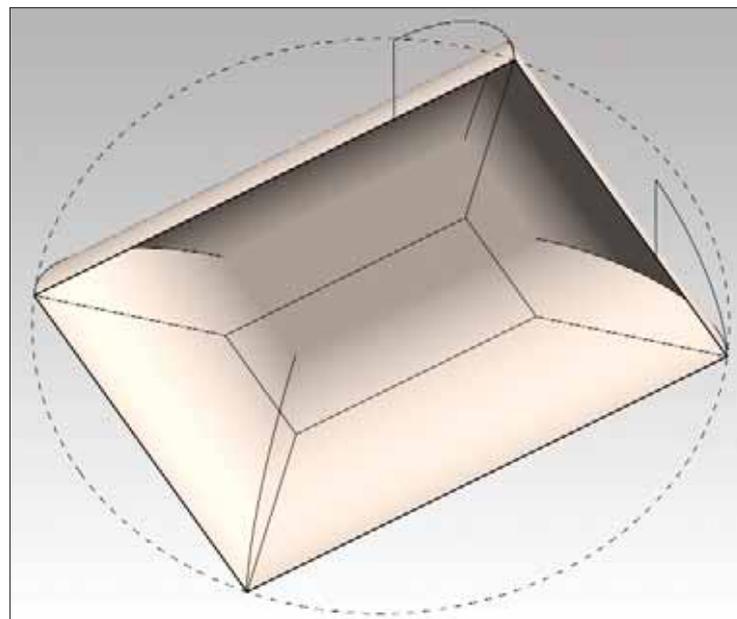


Fig. 2.49

alto (figura 2.50). Le quattro parti rimanenti, simili a triangoli sferici, sono detti *pennacchi*. Sopra ai pennacchi si appoggia un cilindro, detto *tamburo*, nel

quale possono aprirsi finestre. Sopra il tamburo si imposta ancora una piccola cupola illuminata da un occhio, riparato a sua volta da una *lanterna*.

Fig. 2.50 Schema di cupola composta

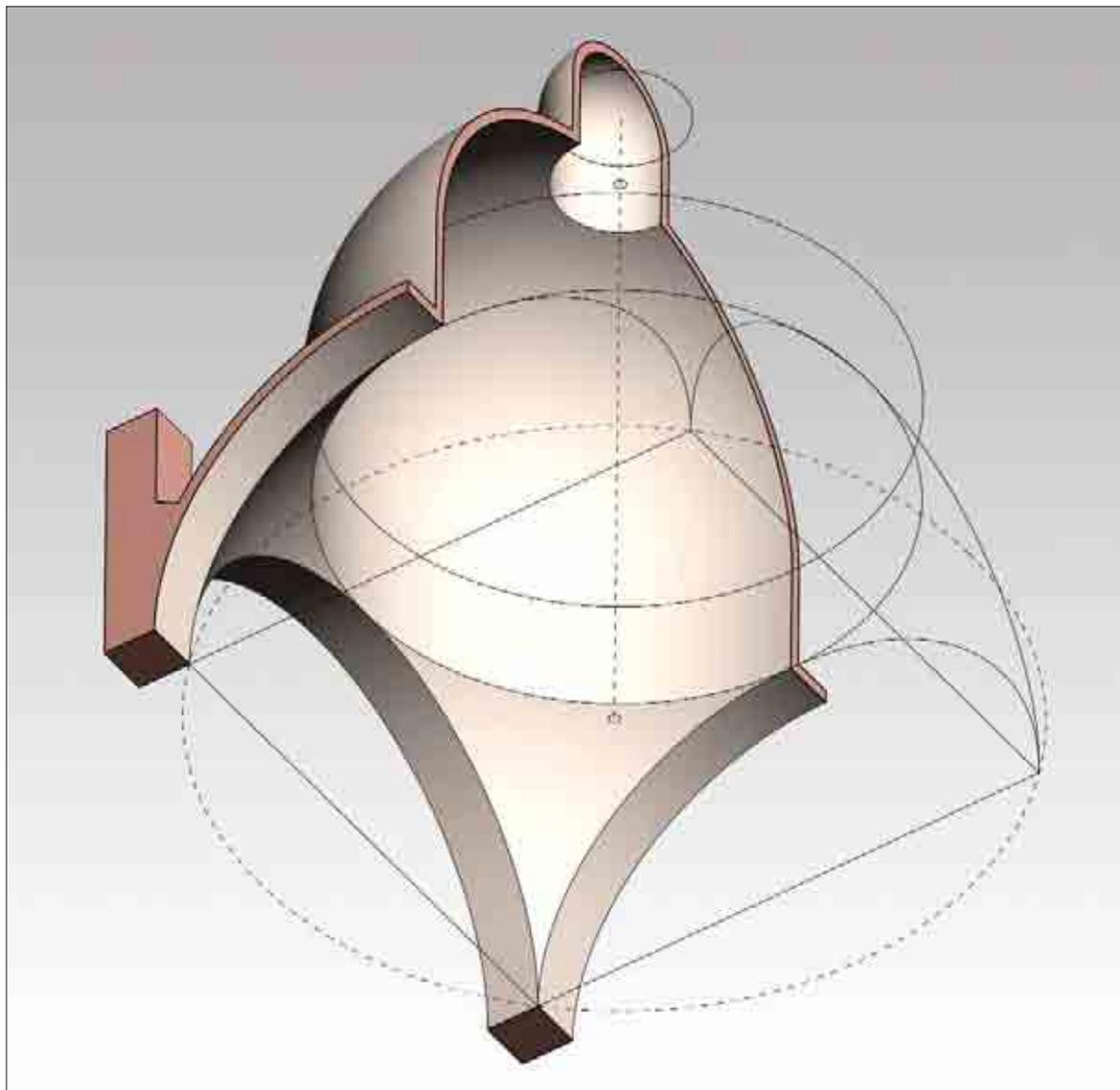


Fig. 2.50

Bibliografia

- AA.VV., *Ikhnos, Analisi grafica e storia della rappresentazione*, Lombardi, Siracusa 2005.
- BAEHMANN P.L., WITTCHEM S.L., SHEPHARD M.S., GRICE K.R., YERRY M.A., *Robust Geometrically-based, Automatic Two-Dimensional Mesh Generation*, «International Journal for Numerical Methods in Engineering», vol. 24, 1987.
- BARTOLINI BUSSI M.G., MASCHIETTO M., *Macchine Matematiche: Dalla storia alla Scuola*, Springer-Verlag, Milano 2006.
- BATTINI C., FANTINI F., *Clouds and Clay. Superfici di suddivisione e ottimizzazione*, in L. DE CARLO (a cura di), *Informatica e fondamenti scientifici della rappresentazione*, Gangemi, Roma 2007, pp. 175-80.
- BOYER C.B., *Storia della Matematica*, Mondadori, Milano 2004.
- BREYMANN A.G., *Trattato generale di costruzioni civili*, Milano 1885.
- BURT M., *Saddle Polyhedra & Close-Packing*, «Zodiac», 22, Milano 1973.
- CANANN S.A., MUTHUKRISHNAN S.N., PHILLIPS R.K., *Topological Refinement Procedures for Triangular Finite Element Meshes*, «Engineering with Computers», vol. 12, 1996.
- CATMULL E., CLARK J., *Recursively Generated B-Spline Surfaces on Arbitrary Topological Meshes*, «Computer Aided Design», IPC Business Press, 10, 1978.
- CLAIRAUT A.C., *La recherche sur le corbes à double courbure*, Noyon, Didot e Quillaut, Parigi 1732.
- DE LA GOURNERIE J., *Traité de Géométrie descriptive*, Parigi 1860.
- DOCCI M., MIGLIARI R., *La costruzione della spinapesce nella copertura della sala ottagonale di Simon Mago nella fabbrica di San Pietro*, «Palladio», II, 3, giugno 1989.
- EMMER M., *Art and Mathematics: the Platonic Solids*, «Leonardo», vol. 15, n. 4, 1982.
- EMMER M., *Dai radiolari ai vasi di Gallè*, in M. EMMER (a cura di), *Matematica e Cultura 2007*, Springer-Verlag, Milano 2007.
- EMMER M., *Le Bolle di Sapone*, in M. EMMER (a cura di), *L'occhio di Horus. Itinerari nell'immaginario matematico*, Istituto della Enciclopedia Italiana Treccani, Roma 1989.
- EMMER M. (a cura di), *L'occhio di Horus. Itinerari nell'immaginario matematico*, Istituto della Enciclopedia Italiana Treccani, Roma 1989.
- EULER L., *Elementa Doctrinae Solidorum*, Pietroburgo, 1758.
- FANO G., *Lezioni di Geometria Descrittiva, date nel R. Politecnico di Torino*, Torino 1925.
- FAROUKI R.T., *Optimal parameterizations*, «Computer Aided Geometric Design», vol. 14, 1997.
- FIELD D.A., *Laplacian Smoothing and Delaunay Triangulations*, «Communications in Applied Numerical Methods», vol. 4, 1988.
- FOLEY D.J., VAN DAM A., FEINER K.S., HUGHES F.J., *Computer Graphics, Principles and Practice*, Addison-Wesley, Boston 1997.
- FOLINEA R., *Architettura Pratica*, s.l., s.d.
- FRÉZIER A.F., *Traité de stéréotomie*, tomo I, libro III, Strasburgo-Parigi, 1737.

- FULLER R.B., MARKS R., *The Dymaxion World of B. Fuller*, A Doubleday Anchor Book, New York, 1973.
- GARIO P., *L'immagine geometrica del mondo: storia dei poliedri*, Stampatori Editore, Torino 1979.
- GEORGE P.L., HECHT F., SALTZ E., *Automatic Mesh Generator with Specified Boundary*, «Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering», vol. 92, North-Holland, 1991.
- GHEORGHIU A., DRAGOMIR V., *Geometry of Structural Forms*, Applied Science Publisher LTD, Bucarest 1978.
- HACHETTE J.N.P., *Correspondence sur L'École royale polytechnique, à l'usage des élèves de cette école*, Tome III, M.me Courcier Imprimerie, Parigi 1814-1816.
- HACHETTE J.N.P., *Traité de Géométrie Descriptive*, Corby, Parigi 1828.
- HASELBERGER L., *Bericht über die Arbeit am Jüngerem Apollontempel von Didyma*, «Istanbuler Mitteilungen», 33, 1983, pp. 90-123.
- HASELBERGER L., *Ein Giebelriss der Vorhalle des Pantheon die Werkrisse vor dem Augustusmausoleum*, «Mitteilungen des Deutschen Archäologischen Instituts, Römische Abteilung», 101, 1994, pp. 279-308.
- HASELBERGER L., *The Construction Plans for the Temple of Apollo at Didyma*, «Scientific American», 253/6, 1985, pp. 114-22.
- HASELBERGER L., *Un progetto architettonico di 2000 anni fa*, «Le Scienze», 324, 1995.
- HASELBERGER L., *Werkzeichnungen am Jüngerem Didymeion. Vorbericht*, «Istanbuler Mitteilungen», 30, 1980, pp. 191-215.
- HOFFMAN D., *The Computer Aided Discovery of New Embedded Minimal Surfaces*, «The Mathematical Intelligencer», vol. 9, 1987.
- KLINE M., *Storia del pensiero matematico, dall'antichità al settecento*, I vol., Biblioteca Einaudi, Torino 1972.
- LAU T.S., LO S.H., *Finite Element Mesh Generation Over Analytical Surfaces*, «Computers and Structures», vol. 59, 2, 1996.
- LEROY C.F.A., *Traité de Stéréotomie comprenant les applications de la géométrie descriptive a la théorie des ombres, la perspective linéaire, la gnomonique, la coupe des pierres et la charpente*, G-Villars, Parigi 1870.
- LO S.H., *Generating Quadrilateral Elements on Plane and Over Curved Surfaces*, «Computers and Structures», vol. 31, 1989.
- LO S.H., *Volume Discretization into Tetrahedra-I. Verification and Orientation of Boundary Surfaces*, «Computers and Structures», vol. 39, 5, 1991.
- LOHNER R., PARIKH P., GUMBERT C., *Interactive Generation of Unstructured Grid for Three Dimensional Problems*, «Numerical Grid Generation in Computational Fluid Mechanics», 88, Pineridge Press, pp. 687-97, 1988.
- LORIA G., *Curve piano speciali algebriche e trascendenti, teoria e storia*, 2 voll., Zanichelli, Bologna 1925 (seconda edizione Hoepli, Milano 1930).
- LORIA G., *Curve sghembe speciali algebriche e trascendenti*, vol. II, Zanichelli, Bologna 1925
- LORIA G., *Le scienze esatte nell'antica Grecia*, Hoepli, Milano 1914.
- LORIA G., *Metodi matematici*, Hoepli, Milano 1935.
- LORIA G., *Poliedri, curve e superfici secondo i metodi della Geometria descrittiva*, Hoepli, Milano 1912.
- MARCOLLI A., *Teoria del campo 2*, Sansoni Editore, Firenze 1991.
- MARCUM D.L., WEATHERILL N.P., *Unstructured Grid Generation Using Iterative Point Insertion and Local Reconnection*, «AIAA Journal», vol. 33, 9, settembre 1995.
- MIGLIARI R., *Dieci lezioni di geometria descrittiva. La teoria delle ombre e del chiaroscuro. Il modello geometrico del moto apparente del Sole*, «Quaderni di Applicazioni della Geometria Descrittiva», 3, Roma, 1984.
- MIGLIARI R., *Geometria dei modelli*, Kappa Edizioni, Roma 2003.

- trico del moto apparente del Sole, «Quaderni di Applicazioni della Geometria Descrittiva», 3, Roma, 1984.
- MIGLIARI R., *Geometria dei modelli*, Kappa Edizioni, Roma 2003.
- MIGLIARI R., *Ha la prospettiva un futuro? (Has man a future?)*, in *Ikhmos, Analisi grafica e storia della rappresentazione*, Lombardi, Siracusa 2005.
- MIGLIARI R., *Le cupole geodetiche: guida all'uso di un'utopia*, Edizioni Kappa, Roma 1975.
- MIGLIARI R., *Rappresentazione come sperimentazione*, in AA.VV. *Ikhmos, analisi grafica e storia della rappresentazione*, Lombardi, Siracusa 2005.
- MONGE G., *Géométrie Descriptive, leçons données aux Écoles Normales, l'an III de la République*, par Gaspard Monge, Parigi 1798.
- OLIVIER T., *Cours de Géométrie descriptive, première partie. Du point, de la droite et du plan*, Carilian-Goeury V^o Dalmont, Parigi, 1852.
- OWEN S.J., CANANN S.A., SAIGAL S., *Pyramid Elements for Maintaining Tetrahedra to Hexahedra Conformability*, in AMD-Vol. 220, *Proceedings Special Session on Trends in Unstructured Mesh Generation*, Eveston (IL) 1997.
- PERI G., *Applicazioni della Geometria descrittiva alle ombre, alla prospettiva lineare ed aerea, al taglio delle pietre e del legname*, seconda edizione, Giulio Bellotti, Firenze 1884.
- PETROGNANI A., *Tecnologie dell'architettura*, Gorlich, Novara 1981.
- PILLET J., *Traité de Stéréotomie (charpente et coupe des pierres)*, Ch. Delagrave, Parigi 1887.
- PLATEAU J., *Statique expérimentale et théorique des liquides soumis aux seules forces moléculaires*, Gauthier-Villars, Parigi 1873.
- PLATONE, *Timco*, traduzione di F. Acri, introduzione e note di M.F. Sciacca, Mondadori, Milano 1942.
- PONCELET J.V., *Traité des propriétés projectives des figures*, Bachelier, Parigi 1822.
- POUDRA, *Ouvres de Desargues*, Leiber, Parigi 1864.
- QUETELET A.D., *Sciences Mathématiques et physiques au commencement du XIX siècle*, Bruxelles 1867.
- REBAY S., *Efficient Unstructured Mesh Generation by Means of Delaunay Triangulation and Bowyer-Watson Algorithm*, «Journal Of Computational Physics», vol. 106, 1993.
- RUPPERT J., *A New and Simple Algorithm for Quality 2-Dimensional Mesh Generation*, in *Proceedings, 4th ACM-SIAM Symp. on Discrete Algorithms*, pp. 83-92, Austin (TX) 1993.
- SACCARDI U., *Applicazioni di Geometria Descrittiva*, Libreria Editrice Fiorentina Firenze 1976.
- SALVATORE M., *La stereotomia scientifica in Amédée François Frézier – Prodromi della geometria descrittiva nella scienza del taglio delle pietre*, Tesi di Dottorato D.P.R. 11/7/1980 – Ciclo XXI – Università degli Studi di Firenze, dicembre 2008.
- SCHOEN A.H., *Infinite Periodic Minimal Surfaces without Self-Intersection*, Electronic Research Center, National Aeronautics and Space Administration, Washington D.C., 1970.
- SCOLARI M., *Il disegno obliquo. Una storia dell'antiprospectiva*, Marsilio, Venezia 2005.
- SCOTT E., *Lavorare il legno*, Zanichelli, Bologna 1983.
- SEVERI F., *Lezioni di Geometria Descrittiva*, Padova 1918.
- STATEN M.L., JONES N.L., *Local Refinement of Three-Dimensional Finite Element Meshes*, «Engineering with Computers», vol. 13, 1997.
- TAUTGES T.J., BLACKER T., MITCHELL S., *The Whisker-Weaving Algorithm: A Connectivity Based Method for Constructing All-Hexahedral Finite Element Meshes*, «International Journal for Numerical Methods in Engineering», vol. 39, 1996.
- TAYLOR J.E., *The Structure of Singularities in Soap-Bubbles-like and Soap-film-like Minimal Surfaces*, «Annals of Mathematics», 103, 1976.
- TRAMONTINI G., *De Projezioni grafiche e delle loro principali applicazioni*, Modena 1811.
- TREVISAN C., *Sulla stereotomia, il CAD e le varie trom-*

- pe d'Anet, in R. Migliari (a cura di), *Geometria e Architettura, Strumenti del dottorato di ricerca in Rilievo e Rappresentazione*, Gangemi, Roma 2000, pp. 27-53.
- VILLARCEAU M., *Théorème sur le tore*, «Nouv. Ann. Math.», 7, pp. 345-47, 1848.
- WATSON D.F., *Computing the Delaunay Tessellation with Application to Voronoi Polytopes*, «The Computer Journal», vol. 24(2), 1981.
- WEATHERILL N.P., HASSAN O., *Efficient Three-dimensional Delaunay Triangulation with Automatic Point Creation and Imposed Boundary Constraints*, «International Journal for Numerical Methods in Engineering», vol. 37, 1994.
- YERRY M.A., SHEPHARD M.S., *Three-Dimensional Mesh Generation by Modified Octree Technique*, «International Journal for Numerical Methods in Engineering», vol. 20, 1984.

Indice analitico

- Acri, Francesco, 389
Adding modeling, 87, 89, 92
Affinità, 162, 219, 365
Aggetto, 465-68
Alzato, 155, 281, 452, 524, 528, 548
Angolo
 diedro, 184, 263-64, 299, 301, 303, 312, 318, 325-26, 331-32, 341, 463, 493, 495, 516
 di pendenza, 235, 238, 242, 245
 di pendio, 235, 245, 423, 462-83
 solido, 302, 299, 390, 392, 590
Angoloide, 299, 301, 398
Antipolo, 293
Antiprismi regolari, 315
Antonio da Sangallo il Giovane, 141
Apollonio di Perga, 283, 285-86, 486
Apparecchio murario, 140-41
Apparecchio, 489, 497-523
Appartenenza, 136, 415, 513
Archi d'imposta, 423
Archimede, 487
Arco
 a sesto acuto, 436, 438
 a sesto acuto a lancetta, 437
 a sesto acuto equilatero, 437
 a sesto acuto in quarto punto, 437
 a sesto rialzato, 436
 a sesto ribassato (o scemo), 430-32
 a sesto siriano, 439
 a sesto tedesco o a sesto acuto in terzo punto, 437
 a sesto Tudor, 438
 a tutto sesto, 428-30
 frontale, 513
Arrière voussure, 514-18
Arvo, James, 613
Asse
 di rotazione, 22
 trasverso, 253
Assi di una quadrica, 198-203
Astroide, 121
Baehmann, P.L., 413
Baglioni, Leonardo, 97, 299
Battaile, Bennet, 609-10
Bernoulli, Johann, 119, 125-26
Bézier, Pierre, 13, 25
Biais passé, 155
Binormale, 108, 214-16
Birapporto, 175-76
Blacker, T., 413
Blinn, James F., 605-607
Bolle di sapone, 337
Bonner, John Tyler, 237
Bosse, Abraham, 530, 537, 540, 542, 559
Bosse, Chris, 341
Bottiglia di Klein, 74
Boundary representation, *vedi* B-rep
Bourgeois, A., 487
Box modeling, 84-87, 92
Boye, B., 524, 553
Boyer, Carl, 389
Bragg, William, 356-58
B-rep, 11, 37, 71-72
Brett, M., 414
B-Spline, 15-19, 21-22
Burt, Michael, 342, 346
Canann, Scott A., 414, 416
Capriata palladiana semplice, 574-76
Capriata, 573-85
Caratteristica di Eulero, 72
Cartesio (René Descartes), 119, 400, 487
Catalan, Eugene Charles, 326
Catmull, E., 78, 87, 599
Cauchy, Augustin Louis, 399
Caustica, 103-106, 121, 592, 600, 609, 613
Céntina, 425
Centinature, 563
Centro di proiezione, 151-53, 260
Cerchi di gola, 226
Cerchio
 diametrico, 262
 minore, 262
 osculatore, 29, 30, 33, 102-103

- Cerniera, 351, 377, 465, 484, 531, 534-35, 540, 556, 560-61
- Cervello, 423
- Chasles, Michel, 123
- Chéreau, Jean, 529
- Chew, Paul L., 408
- Chiarezza apparente, 591, 594-95
- Chiaroscuro, 589-616
- Chiave, 423
- Chiocciolate o lumache, 235-41
- Ciarloni, Roberto, 5
- Cicloide, 118-122
- Cilindro
 - quadrico, 161-68
 - rotondo, 162-68, 224
 - tabulato, 22
- Cilindroide, 10, 156-57
- Cissoide, 121
- Clairaut, A.C., 97
- Clairaut, Alexis Claude, 488
- Clark, J., 78, 87
- Clark, W., 414
- Clelia, 129-32
- Clotoide, 125-26
- Codice di Schlafli, 302
- Cohn-Vossen, S., 171
- Colonna torsa, 235-41
- Conchiglia del Nautilus, 241, 243
- Conci, 423
- Concoide, 121
- Coni di Menecmo, 286
- Conica, 19, 162
- Cono
 - a cuneo, 158-59
 - asintotico, 171, 255
 - direttore, 230
 - quadrico, 161-68
 - rotondo, 162-68, 224
- Conoide, 156-58, 379-80
- Continuità, 15, 31-33, 51, 53, 66, 79, 87, 103, 147-48
 - delle curvaturei, 15, 31
 - delle tangenti, 15
 - posizionale, 15, 32-33
- Contorno
 - apparente, 152-53
 - visibile, 8
- Convex hull, 15, 18, 21
- Cook, Robert L., 606-607
- Coons, S., 22
- Corda, 423
- Cornice d'imposta, 425
- Cornu, Marie-Alfred, 125-26
- Criterio di Delaunay, 406
- Cupola, 428, 447
 - composta, 428, 459-61
 - geodetica, 299, 352-78
- Curabelle, Jacques, 485
- Curva
 - di Bézier, 13-17, 19, 89
 - di Viviani, 129, 132-34
 - estrusa, 22
 - spina dorsale, 22
- Curvatura, 29-33, 42, 49, 78, 83, 102-104, 106-112, 148-51, 161
- Curvatura gaussiana, 34-35, 49-50, 144, 148-51, 161
- Curve
 - a poli, 13-19, 25
 - parametriche, 12-13
- Dandelin, Pierre Germinal, 264, 266
- Debevec, Paul, 615
- De Carlo, Laura, 97
- Delaunay, Boris N., 406-11, 415-22
- Delorme, Philibert, 524-29, 547-55
- Deltoide, 121
- Derand, François, 529-30, 534-35, 546, 553
- De Santis, Anna, 462
- Desargues, Girard, 485, 487, 524, 529-31, 538-40, 542, 546-47, 555-61
- Diametri coniugati, 287
- Diedro, 184, 263-64, 463
- Dilatazione, 167, 171, 173, 249-50, 253-58, 387
- Direttrice, 144, 155-60
- Dirichlet, Peter Gustav Lejeune, 406
- Discretizzazione, 347-401
- Division, 362-63
- Docci, Mario, 140, 187
- Dodecaedro, 301-26, 333, 340, 364-65, 368-71, 374, 376, 389-402
- Doubling, 361-77
- Dragomir, Virgil, 299, 324, 332, 365
- Dualità, 102-108, 218, 305, 325-27, 395, 410
- Effetti della luce sui corpi, 591-93
- Elica, 19, 30, 122-23, 129-43
 - cilindrica, 135
 - conica, 135
 - sferica, 132, 134-35
- Elicoide, 229-41
 - aperto, 230
 - chiuso, 230
 - conico, 235-41
 - obliquo, 230
 - retto, 230
 - rigato, 230
 - svilupppabile, 161, 234-35, 216
- Ellisse, 113-17, 264
 - di gola, 170
- Ellissoide, 34, 245, 248-52
 - rotondo, 224, 248-50
- Emmer, Michele, 339, 359, 388, 395
- Enti geometrici, 97
- Epicicloide, 120-21

- Equatori, 226
 Equazioni di Maxwell, 600
 Equidistanza, 416
 Errore
 analitico, 26
 di calcolo, 26
 di troncamento, 26, 28
 Esaedro, 301-306, 309-10, 392-94
 Esagono semplice
 Escher, Maurits Cornelis, 400
 Estradosso, 423
 Euclide, 308-11, 388, 395, 487
 Eulero (Leonhard Euler), 126, 299-302, 400
 Evoluta, 103-106, 110-12
 Evolvente, 103-106, 110-12

 Faceting, 377
 Falda, 462
 ad angolo di pendio costante, 463-64
 ascendente, 231
 discendente, 231
 Fallavollita, Federico, 144, 423, 510
 Fantini, Filippo, 60, 81
 Fano, G., 205, 489, 496, 510, 594-96
 Farouki, R.T., 414
 Fasci
 proiettivi, 187-95
 prospettivi, 191
 Fascio
 di piani, 147-48, 171, 176, 183, 185-90, 200, 207, 211
 di rette, 108, 495
 Fenomeno di Runge, 24
 Fermat, Pierre (de Fermat), 487
 Fiedler, G., 198, 201-202
 Field, David A., 416
 Filo di ferro, 5-6, 8, 74

 Filari, 423
 Flessione, 108-109
 Folding, 377-78
 Folinea, R., 466, 482
 Forme
 primarie, 49-50
 secondarie, 49-50
 Freccia, 423
 Free-form, 384-88, 417
 Frézier, Amédé François, 282, 488, 516, 524-25, 536-37, 543, 545-47
 Fronti, 423
 Fuller, Buckminster, 356-58
 Funzioni di miscelamento, 13, 15-17, 21
 Fuoco, 106, 113-17, 269, 283

 Galileo Galilei, 118
 Gario, Paola, 389
 Generatrice, 144, 154-256, 190, 224
 Geodetica, 127, 271
 del cilindro, 136
 Geometria proiettiva, 97
 George, Paul Louis, 409
 Gheorghiu, Adrian, 299, 324, 332, 365
 Giacitura, 155-61, 165-67, 177, 182, 198, 211, 235, 248, 252, 256-61, 283-94
 Gilbert, Nicolas (Gabriel Marie), 485
 Goral, Cindy M., 609-11
 Gouraud, Henry, 604-605
 Grado di intensità luminosa, 592-94
 Greenberg, Donald P., 609-11
 Grice, Kurt R., 413
 Guarini, Guarino, 543-44
 Gumbert, Clyde, 411
 Gunther, S., 399

 Hachette, J.P.N., 155, 205, 290, 514
 Haeckel, Ernst Heinrich, 360
 Halley, Edmond, 286
 Hassan, Oubay, 408
 Hecht, F., 409
 Hilbert, D., 171
 Hoffman, D., 339

 Ibrido, 11
 Icosaedro, 72, 84, 301-306, 309-10, 313-26, 345-50, 356, 359-60, 362-74, 392-93, 397-401
 Inchbald, Guy, 334
 Intensità luminosa, 591-97, 600, 603-16
 Intersezione, 20, 26-27, 64, 97, 190, 171, 174, 185, 190-91, 194, 197, 211, 232
 Intersezioni piane tra superfici quadriche, 280-95
 Intervallo, 8-9, 20, 45
 Intradosso, 423
 Intransitività, 27, 42
 Inviluppo, 102, 107
 Iones, A., 614
 Iperbole, 113-17, 265
 Iperboloide, 159-60, 380
 a due falde, 145-47, 224, 245, 253-56, 261-63
 a una falda, 147, 168-75, 186, 201-203
 ellittico, 161, 169-75, 186
 rotondo, 170-73, 224, 253
 Ipicicloide, 120-21
 Isomorfismo, 62

 Jamitzer, Wenzel, 399
 Jensen, Henrik Wann, 608-609, 613, 615
 Jones, N.L., 416
 Jousse, Mathurin, 529-30, 532-33

- Kajiya, James T., 611-12
 Kelvin, Lord, 337-40, 356
 Kempe, Alfred, 100
 Kepler, Johannes, 395-400
 Kronin, G., 614
- La Hire, Philippe de, 526, 543, 545-47, 555
 Lagrange, Joseph - Louis, 547
 Lambert, Johann Heinrich, 152
 Lato
 collassato, 10-11
 degenerato, 10-11
 Lau, T.S., 415
 Lawson, Charles, 406
 Legge
 di Fresnel, 600
 di Lambert, 152, 594, 600, 603-605, 608
 di Plücker, 197
 di Snell, 600
 Leibniz, Gottfried Wilhelm von, 103, 119
 Leonardo da Vinci, 395-96, 596-98
 Leroy, C.F.A., 562, 565, 577
 Letti, 423
 Linea
 asintotica, 151
 di chiave, 423
 di colmo, 463
 di compluvio, 463
 di curvatura, 151, 491
 di displuvio, 463
 di gola, 579, 582
 di gronda, 462
 d'imposta, 423
 di stringimento, 212
 gobba, 106-112
 isofota, 151-53
 luogo geometrico piana, 113
 luogo geometrico sghemba, 113
 sghemba, 106-112
- Lista, 25
 Lo, S.H., 411, 413, 415
 Lobel, Alain, 351-52
 Lohner, Rainald, 411
 Loria, Gino, 97, 228, 238, 308, 488
 Lossodromia, 112, 127, 129-43
 Luogo geometrico, 97-102, 113-22, 144
- Maertterer, Jess, 136-37
 Maglie triangolari sferiche, 365
 Manifold, 39
 Marcolli, Attilio, 357
 Marcum, D.L., 408
 Media pesata, 13, 16-17
 Mercatore, Gerardo, 10, 130
 Mesh, 22, 60-76, 79, 81, 83, 87, 91, 401-22
 Metodo della sfera vuota, 406
 Meyer, Richard, 489
 Micro-bevel, 61
 Migliari, Riccardo, 140, 144, 187, 272, 284, 306-307, 359, 423, 589
 Milliet de Chales, Claude François, 543
 Min, Weidong, 414
 Mitchell, Scott, 413
 Modellazione, 41-59, 60-69, 72, 75-76, 78, 83-87, 91-93
 a superfici, 6-8, 43, 52, 55, 58
 complessa, 42
 poligonale, 60, 66-71, 87, 89
 semplice, 42
 solida, 7-8, 52, 55, 58, 64
 Monge, Gaspard, 103, 111, 113, 154, 176, 485, 488, 491
 Muraro, Michelangelo, 398
 Muratura
 a piombo, 491
 a scarpa, 491
 Muro a piombo, 491
 Muthukrishnan, S.N., 416
- Nastro di Moebius, 74
 Nayar, Shree K., 607-608
 Newell, Martin E., 611
 Newton, Isaac, 119
 Normale, 20, 25, 33-36, 39, 46, 63, 72, 74, 94, 100-104, 108, 214
 Nunes, Pedro, 130
 NURBS, 15, 17-19, 21-22, 25, 48, 50-51, 60-66, 69, 77-78, 87, 91, 99-100, 130, 132, 136, 138, 141, 254, 282, 289, 324, 340, 384-88, 417-22, 497
- Olivier, Théodore, 286-87
 Ombra
 autoportata, 591-96, 98
 portata, 591-96
 propria, 152, 591-96
 Omografia, 194
 Omologia
 piana, 261
 solida, 260-63
 Omotetia, 240-41, 581
 Operazione di proiezione
 Operazioni booleane, 7, 11, 42, 64-65, 79, 91
 Orditura, 564, 575, 578-81
 Oren, Michael, 607
 Orizzontale (retta, piano)
 Orme, Philibert de l', 486, 499
 Ortogonalità (vedi perpendicolarità)
 Ottaedro, 301-302, 310-17, 321, 324, 340, 347-50, 356, 363-64, 393
 Owen, Steven J., 404-405, 414
- Pacioli, Luca, 395-96, 399
 Paolo Uccello, 398-99
 Pappo, 487
 Parabola, 113-17, 265
 Parabole principali, 180-81

- Paraboloide, 159-60, 245
 delle normali, 211
 ellittico, 256-59
 iperbolico, 159-61, 171, 175-85, 380
 rotondo, 224
 Parallelepipedo costruttore, 169
 Parametrizzazione, 8, 15, 18-19
 Parikh, Paresh, 411
 Paris, Leonardo, 562
 Pascal, Blaise, 118, 487
 Patch, 69, 76-77
 Pedale, *vedi* podaria
 Pendenza, 462
 Penombra, 590-93
 Peri, Giuseppe, 562, 596-97
 Pérouse de Montclos, J.-M., 523
 Pesce, Gaetano, 87
 Petri, A., 574
 Pezze di Bézier, 15-16, 21, 77
 Phelan, Robert, 339-41
 Phillips, R.K., 416
 Phong, Bui Tuong, 402, 604-605, 607
 Piano
 asintoto, 208
 bisettore, 264
 centrale, 211
 di collineazione, 260-61
 di costruzione, 249, 254
 di giacitura, 5, 25
 di imposta, 423, 462
 di lavoro, 472
 di proiezione, 97
 diametrico, 198
 direttore, 155, 176, 208
 frontale, 501
 limite, 260-61
 meridiano, 225-27
 osculatore, 30, 107-10, 214-16
 polare, 197
 rigato e punteggiato
 tangente, 147-48, 161
 Piattabanda, 514
 Piede, 119, 228
 Piegatura, 377
 Piero della Francesca, 395
 Pillet, Jules, 562-63, 565-67, 585-87
 Pitagora, 389
 Pitot, Henri, 127
 Pixel, 41, 83-84, 402, 599, 610
 Plateau, Joseph Ferdinand, 339
 Platone, 389-95
 Podaria, 103-106, 121
 Pohlke, Karl, 306-308, 365
 Poinsot, Louis, 397-400
 Point cloud, 60, 403
 Polare, 99, 122-33, 195-99, 246-48
 Poliedri catalani, 311, 325-27
 Poliedro, 21, 63, 72, 74-75, 299-422
 di Goldberg, 340
 Poligonale, 63-64
 Poligono, 63, 65-68, 70-72, 74-76, 78-81, 87, 89, 91-93
 dei poli, 15, 18
 Polinomi di Bernstein, 13, 16, 21
 Polo, 13-18, 21, 25, 293
 Polyhedrated-surface, 377
 Poncelet, J.V., 293
 Posizione generica, 503, 564
 Poudra, Noel Germain, 555-58
 Prisma, 42, 564-69
 Prismi ortogonali regolari, 315
 Problema
 di Apollonio, 262, 272-78
 di Plateau, 339, 345-48
 Proclo, 389
 Prodan, Alessandro, 614
 Prodotto tensoriale, 21
 Profilo
 moresco o lobato, 436
 ovale, 432-36
 ovale a cinque centri, 434
 ovale a tre centri a rapporto fisso, 434
 ovale a tre centri isometrico, 433
 ovale a tre centri ottimizzato, 433
 ovale a tre centri, 433
 saraceno, 436
 Proiettante (ente geometrico), 130-35, 152, 201-203, 261
 Proiezione, 83
 cilindrica, 83
 cubica, 83
 planare, 83
 sferica, 83
 stereografica, 201-202, 269-73, 293-95
 Prospettiva, 440, 530, 556, 562, 590-91
 aerea, 591, 596-98
 Punti ellittici, parabolici, iperbolici, 151, 227-28, 245-46
 Punto
 all'infinito, 102
 brillante, 591, 595-97, 602-603, 605
 di contatto, 102, 147-48
 di controllo, 13, 15, 18, 23, 52
 improprio, 182
 iperbolico, 34
 Pyramidation, 364-65, 370-77
 Quadrilatero sghembo, 176
 Quetelet, A.D., 264, 266, 307
 Quota
 della frontiera, *vedi* B-rep
 della superficie, 8-11
 stereografica, 201-203
 Rasterizzazione, 402
 Rebay, S., 408

- Reitz, K. P., 606
- Relazioni di adiacenza, 39
- Rendering, 61-62, 69, 74, 79, 83, 94, 597, 601, 609
- Reni, 423
- Retta
 all'infinito, 182
 di de La Hire, 121
 di massima pendenza, 466, 472-73, 478-83
 di minima distanza, 211
 di Pascal, 431
 impropria, 102
 intersezione, 147-48, 155-56, 179, 185, 190, 195, 200-201, 219
 punteggiata, 191
- Ribaltamento, 74, 416, 467, 469, 474-76, 481-84, 526, 531-535, 560
- Ridolfi, Mario, 481
- Riflesso, 591, 594-98, 600-16
- Rinfianco, 423
- Roberts, L. G., 599
- Romney, G.W., 604
- Runge, Carl, 24
- Ruppert, Jim, 408
- Saarinen, Eero, 87
- Saddle-polyhedra, 344-49
- Saffaro, Lucio, 395-96, 398-99, 401, 403
- Saigal, Sunil, 414
- Saltel, E., 409
- Salvatore, Marta, 97, 144, 485
- Scala
 elicoidale, 521-23
- Schlaflf, Ludwig, 301-302, 399
- Schoen, Alan H., 342, 347
- Schwarz, Hermann Amandus, 306-307, 347-50, 365
- Scolari, M., 527
- Scorcio, 84
- Sculpting, 93
- Sella di scimmia, 145-46, 282
- Serie rigata, 186
- Serpentino, 235-41
- Sesto acuto, 425, 436-40, 459
- Sesto, 423
- Severi, F., 482
- Sezione
 aurea, 308
 principale, 262
 retta, 127-28, 232-33, 284, 287-90, 502-505, 520
- Sezioni
 circolari, 285-87
 piane del cilindro, 290
 piane del cono, 283-85
- Sfera, 10, 49, 69, 262-78
- Shephard, Mark S., 405, 413
- Sistema polare, 197
- Solid modeling, 7, 59
- Solidi
 archimedei, 311-27, 355
 catalani, *vedi* poliedri catalani
 platonici, 72
- Soprassetto, 425
- Spalle, 423
- Sparrow, E.M., 606-608
- Spazio uv, 10
- Speroni, 423
- Spigolo, 61, 66, 71, 76, 78
 di regresso, 106-107, 160-61, 213-14
- Spira, 229
- Spirale, 129-43
 conica, 135
 di Archimede, 122-29, 232
 di Cornu, 125-26
 di Fermat, 123
 di Poincot, 131
 iperbolica, 123-24
 logaritmica, 124
- piana, 122-23
- sferica (clelia), 129, 132-33
- sghemba, 126-27
- Spline, 25, 89, 91-92
- Staten, Matthew L., 416
- Stereotomia
 del legno, 562-88
 della pietra, 485-61
- Stripes, 377
- Strumenti diagnostici, 34-37
- Struttura
 a sesto acuto, 425
 a sesto incompleto, 425
 a tutto sesto, 425
 obliqua, 425
 rampante, 425
 retta, 425
 rialzata, 425
 ribassata (o scema), 425
 zoppa (a collo d'oca), 425
- Superficie
 algebrica, 145
 analitica, 22
 a pendenza uniforme, 235, 241-45
 a poli, 20-22, 48
 a suddivisione infinita, 22
 canale, 22
 cubica, 278, 282
 di Bézier, 21-24, 51
 di Coons, 22
 di interpolazione, 145, 278-80
 di paramento, 491-97
 di rivoluzione, 22, 144, 224-29
 di suddivisione, 60
 elicoidale, 144
 free-form, 384-88
 implicita, 22
 offset, 22, 46
 parametrica, 20, 51, 60
 procedurale, 22

- quadrica non rigata, 245-78
 rigata, 22, 49, 144, 153-224
 rigata quadrica, 145, 185-201
 ritagliata, 10
 sviluppabile, 160-61, 208, 213-220
 transfinita, 22
 trascendente, 145
 Surface modeling, 6
 Surface triangulation, 402
 Sutherland, Ivan, 598
- Tangente (retta, piano), 29-33, 35, 42, 100-106, 150-51, 214
 Tassellazione, 60, 327-41, 347, 350-56, 365, 385-87, 401, 407-10, 417, 419, 599
 Tautges, Tim J., 413
 Taylor, Jean, 339
 Teorema
 delle coniche di Apollonio di Perga, 97
 di Catalan, 232
 di Chasles, 203-205, 211
 di Dandelin, 264-69, 274, 307
 di Dupin, 33
 di Monge, 159-62, 176, 245, 255, 258, 286, 290-91
 di Montucla-Guillery, 127
 di Olivier, 127
 di Pohlke, 306-308, 365
 di Villarceau, 228-29
 di Weierstrass, 24-25
 Tessari, D., 593
 Tetraedro, 198-99, 327-32, 339, 344-45, 350, 356, 359, 362-63, 377, 392, 395, 406, 413
 polare, 198-99
 Tetto
 a capanna, 465-66
 a capanna con teste di padiglione, 468
- a gronde inclinate, 476-81
 a padiglione, 466-67
 Thiessen, A.H., 406
 Thompson, D'Arcy Wentworth, 237
 Tolleranza, 26-28, 65
 angolare, 28
 lineare, 28
 Topologia, 11, 37-39, 51, 63, 78-79, 91
 Toro, 10-12, 49, 69, 224-29
 Toroide, 10
 Torrance, K.E., 606-11
 Torsione, 29-32, 108-109
 Tramontini, Giuseppe, 111
 Transitività, 26
 Traslazione, 18, 21, 59
 Trevisan, Camillo, 485, 529
 Triangolo
 per l'asse, 285
 polare, 198
 Triedro, 97, 108
 polare, 198
 principale, 108-109
 Trim, 46, 77, 91
 Trimmed, *vedi* superficie ritagliata
 Trocoide, 118
 Trompe, 487, 516-54
 Trowbridge, T. S., 606
 Tuchinsky, Philip, 414
 Turner, M.J., 403
 Twinning, 363-69
- Unbiased, biased, 601-602
 Unione
 a coda di rondine, 570-71
 a innesto orizzontale, 572-73
 a innesto verticale, 571-72
 a mezzo legno, 567-70
 a mortasa, 564-67
 a tenone, 564-67
- Valenti, Graziano Mario, 589
 Van der Rohe, Mies, 614
 Van Roomen, Adriaan, 273
 Vandelvira, Alonso de, 486
 Vera forma, 465, 473, 483
 Villarceau, Yvon, 228-29
 Vite
 a filetto rettangolare, 156-58, 234
 a filetto triangolare, 155-56, 232-33
 di Saint Gilles, 235-41, 444-47
 Viviani, Vincenzo, 133-34
 Volta
 a botte a tutto sesto, 440-41
 a botte con testa di padiglione, 428
 a botte lunettata, 428, 447-51
 a botte retta, 440-41
 a crociera, 428, 451-59
 anulare, 428, 444
 a padiglione, 428, 451-59
 a schifo, 428, 459
 a schifo con padiglione, 428, 459
 a vela, 428, 441-44
 boema, 444
 cilindrica (a botte), 425
 cilindrica obliqua, 502-12
 cilindrica retta, 501-502
 cilindrica strombata, 512-16
 cilindrica (a sbieco), 425
 composta, 425
 conica, 428, 516-21
 conoide, 157
 conoidica, 428
 di rivoluzione o cupola, 428
 elicoidale, 428
 quadrabile fiorentina, 134
 semplice, 425
 sferica, 497-501
 Voronoi, Georgy, 406-10

Wallis, Charles Glenn, 395
Warnock, J.E., 603
Watkins, G.S., 604
Watson, Dave, 406

Wearie, Denis, 339-41
Weatherill, Nigel P., 408
Whitted, Turner, 609-13
Wireframe, 5, 598-99

Wittchen, S.L., 413
Yerry, M.A., 405, 413
Zhukov, S., 614

References

1. BREYMANN, Gustav Adolf. *Trattato generale di costruzioni civili*. Milano. 1885.
2. DOCCI, Mario and MIGLIARI, Riccardo. *Scienza della rappresentazione*. Fondamenti e applicazioni della geometria descrittiva. Carocci Editore. 1992. ISBN-13: 9788843004140
3. FALLAVOLLITA, Federico. Le superfici rigate: una rilettura del *Traité de géométrie descriptive* di Hachette. In DE CARLO, Laura (a cura di). *Informatica e fondamenti scientifici della rappresentazione*. Vol. 1 - nuova serie. Roma: Gangemi, 2007, pp. 111-122. ISBN 978-88-492-1323-2.
4. FALLAVOLLITA, Federico. *Le superfici rigate e le superfici sviluppabili. Una rilettura attraverso il laboratorio virtuale*. Tesi di Dottorato di Scienza della Rappresentazione e del Rilievo dell'Architettura. Sapienza Università di Roma: Dipartimento di Storia, Disegno e Restauro dell'Architettura, 2008.
5. FIEDLER, William. *Trattato di geometria descrittiva*, a cura di Antonio Sayno ed Ernesto Padova, Firenze. 1874.
6. GHEORGHIU, A. and DRAGOMIR, V. *Geometry of structural Forms*. Applied Science Publisher LTD, Bucarest. 1978.
7. HACHETTE, Jean Nicolas Pierre. *Traité de géométrie descriptive*. Paris: Corby, 1822, pp.283-286.
8. HACHETTE, Jean Nicolas Pierre. *Rapport fait à la classe des Sciences Physique et Mathématiques de l'Institut [...]. In Correspondance sur l'École Royale Polytechnique, à l'usage des élèves de cette École, volume III*. Paris: Imprimerie de M.me V. Courcier, 1816, pp. 234-237.
9. HILBERT, David. *Geometria intuitiva*. Boringhieri, Torino. 1972.
10. KLINE, Morris. 1991. *Storia del pensiero matematico, dall'antichità al settecento*, volume I. Torino: Einaudi.
11. LORIA, Gino. *Storia della geometria descrittiva dalle origini ai giorni nostri*. Milano: Hoepli, 1921.
12. MIGLIARI, Riccardo. *Geometria dei modelli*. Kappa edizioni, Roma. 2003.
13. MIGLIARI, Riccardo. *Rappresentazione come sperimentazione*. In Ikhnos, *Analisi grafica e storica della rappresentazione*. Lombardi, Siracusa. 2008.