

Apparecchio elicoidale

Federico Fallavollita

Abstract

Il paragrafo descrive la costruzione dell'apparecchio elicoidale attraverso il metodo della rappresentazione matematica.

Riccardo Migliari

Geometria descrittiva

Volume II

Tecniche e applicazioni

Contributi di

Leonardo Baglioni, Roberto Ciaroni, Laura De Carlo, Anna De Santis
Federico Fallavollita, Filippo Fantini, Leonardo Paris, Marta Salvatore
Camillo Trevisan, Graziano Mario Valenti

CittàStudi
EDIZIONI

Proprietà letteraria riservata
© 2009 De Agostini Scuola SpA – Novara
1^a edizione: ottobre 2009
Printed in Italy

Tutti i diritti riservati. Nessuna parte del materiale protetto da questo copyright potrà essere riprodotta in alcuna forma senza l'autorizzazione scritta dell'Editore.

Fotocopie per uso personale del lettore possono essere effettuate nei limiti del 15% di ciascun volume/fascicolo di periodico dietro pagamento alla SIAE del compenso previsto dall'art. 68, comma 4, della legge 22 aprile 1941 n. 633.

Le riproduzioni ad uso differente da quello personale potranno avvenire, per un numero di pagine non superiore al 15% del presente volume/fascicolo, solo a seguito di specifica autorizzazione rilasciata da AIDRO – Corso di Porta Romana, 108 – 20122 Milano – e-mail: segreteria@aidro.org

Stampa: Stamperia Artistica Nazionale - Trofarello (TO)

Ristampe:	0 1	2 3	4 5	6 7	8 9
Anno:	2009	2010	2011	2012	2013

Indice

IX Gli autori

XI Prefazione

Parte prima – Teorie e tecniche della rappresentazione digitale

5 **Capitolo 1 – Le teorie e le tecniche della rappresentazione matematica**

di Roberto Ciarloni

- 5 1.1 Strategie di modellazione nei sistemi CAD
- 8 1.2 Cosa si intende per curve, superfici e solidi nei sistemi CAD
 - 1.2.1 La curva CAD, p. 8 – 1.2.2 La superficie CAD, p. 9 – 1.2.3 Il solido CAD, p. 11
- 12 1.3 Rappresentazioni matematiche di curve e superfici
 - 1.3.1 Curve parametriche, p. 12 – 1.3.2 Curve a poli, p. 13 – 1.3.3 Da Bézier a NURBS, p. 15 – 1.3.4 Tassonomia delle curve a poli, p. 17 – 1.3.5 Proprietà notevoli delle curve a poli, p. 18 – 1.3.6 La parametrizzazione, p. 18 – 1.3.7 Altre rappresentazioni di curve, p. 19 – 1.3.8 Superfici parametriche, p. 20 – 1.3.9 Superfici a poli, p. 20 – 1.3.10 Proprietà notevoli delle superfici a poli, p. 21 – 1.3.11 Altre rappresentazioni di superfici, p. 21 – 1.3.12 Non confondere rappresentazione matematica con modo di creazione, p. 23 – 1.3.13 Nota matematica: il teorema di Weierstrass e il fenomeno di Runge, p. 24
- 25 1.4 Rappresentare la geometria nei computer

1.4.1 Approcci alla tolleranza, p. 27 – 1.4.2 Tolleranza angolare, p. 28

28 1.5 Qualità delle curve e delle superfici

1.5.1 Tangenti, curvature e torsioni, p. 29 – 1.5.2 Continuità tra curve, p. 31 – 1.5.3 Continuità geometrica e continuità parametrica, p. 32 – 1.5.4 Continuità tra superfici, p. 32 – 1.5.5 Tangenti e curvature nelle superfici, p. 33 – 1.5.6 Strumenti diagnostici della qualità di un modello, p. 34

37 1.6 Rappresentazioni matematiche di solidi

1.6.1 Rappresentazione B-rep, p. 37 – 1.6.2 Nota matematica: varietà topologiche, p. 39 – 1.6.3 Rappresentazione CSG, p. 39 – 1.6.4 Rappresentazione a Enumerazione Spaziale, p. 41

42 1.7 Principi di modellazione di forme complesse

1.7.1 Cos'è una forma «complessa», p. 42 – 1.7.2 Aspetti della complessità, p. 42 – 1.7.3 Concepire una forma complessa, p. 43 – 1.7.4 Tecniche di costruzione di forme complesse, p. 43 – 1.7.5 Creazione e modifica, p. 43 – 1.7.6 Forme primarie e forme secondarie, p. 49 – 1.7.7 Modellazione concettuale e ingegnerizzazione, p. 51 – 1.7.8 Approccio locale e approccio globale (GSM), p. 52 – 1.7.9 Associatività, parametrizzazione e modellazione diretta, p. 55

60 **Capitolo 2 – Teorie e tecniche della rappresentazione numerica o poligonale**

di Filippo Fantini

- 60 2.1 Obiettivi della modellazione poligonale
- 63 2.2 Definizioni e nomenclatura
- 71 2.3 Superfici poligonali
- 75 2.4 Superfici di suddivisione

- 78 2.5 Introduzione alle tecniche di modellazione
- 83 2.6 Mappe di vertici
- 84 2.7 Box modeling
- 87 2.8 Adding modeling
- 89 2.9 Spline cage
- 93 2.10 Scuplting

Parte seconda – Le linee curve, le superfici e le loro proprietà

- 97 **Capitolo 1 – Le linee curve**
di Laura De Carlo, Leonardo Baglioni
- 97 1.1 Generalità
- 100 1.2 Le linee curve piane
 - 1.2.1 Proprietà delle linee piane, p. 100 – 1.2.2 Curve derivate da altre curve: evoluta, evolvente, podaria e caustiche, p. 103
- 106 1.3 Le linee sghembe, gobbe (o a doppia curvatura)
 - 1.3.1 Proprietà delle linee sghembe, p. 103 – 1.3.2 Evoluta ed evolvente di una curva gobba, p. 110
- 113 1.4 Le linee luogo geometrico, piane e sghembe
 - 1.4.1 Cenni alle coniche come linee luogo del piano, p. 113 – 1.4.2 La famiglia delle cicloidi, p. 118 – 1.4.3 Spirali ed eliche, p. 122
- 129 1.5 Il contributo della rappresentazione matematica nello studio di lossodromie, eliche e spirali
- 144 **Capitolo 2 – Superfici**
di Riccardo Migliari, Federico Fallavollita, Marta Salvatore
- 144 2.1 La classificazione delle superfici e l'ordine tenuto in questo libro
- 145 2.2 Definizioni e caratteristiche generali delle superfici
 - 2.2.1 La continuità di una superficie e il piano tan-

- gente, p. 147 – 2.2.2 La curvatura delle superfici, p. 148 – 2.2.3 Il contorno apparente di una superficie e le linee isòfote, p. 151
- 153 2.3 Le superfici rigate
 - 2.3.1 La costruzione di una superficie rigata generica, p. 154 – 2.3.2 Le superfici rigate quadriche, p. 161 – 2.3.3 Coni e cilindri quadrici, p. 162 – 2.3.4 L'iperboloide a una falda, p. 168 – 2.3.5 Il paraboloide iperbolico, p. 175 – 2.3.6 Il paraboloide iperbolico equilatero, p. 182 – 2.3.7 La genesi proiettiva delle superfici rigate quadriche, p. 185 – 2.3.8 Alcune proprietà proiettive delle quadriche rigate, p. 188 – 2.3.9 Il sistema polare rispetto a una quadrica, p. 195 – 2.3.10 Il centro, i diametri e gli assi di una quadrica, p. 198 – 2.3.11 La proiezione stereografica di un iperboloide a una falda, p. 201 – 2.3.12 Proprietà grafiche e proprietà metriche delle rigate sghembe, p. 203 – 2.3.13 Le superfici sviluppabili, p. 213 – 2.3.14 I casi particolari di superfici sviluppabili: coni e cilindri, p. 219 – 2.3.15 Sviluppo del cono e del cilindro sopra un piano, p. 220
- 224 2.4 Le superfici di rivoluzione e il toro
- 229 2.5 Gli elicoidi
- 235 2.6 Gli elicoidi generati dal cerchio e da altre curve: colonna torsa, vite di Saint Gilles, serpentino, elicoidi conici o chiocciolate
- 241 2.7 Le superfici a pendenza uniforme
- 245 2.8 Le superfici quadriche non rigate
 - 2.8.1 Polarità e coni circoscritti a una quadrica, p. 245 – 2.8.2 L'ellissoide, p. 248 – 2.8.3 L'iperboloide a due falde, p. 253 – 2.8.4 Il paraboloide ellittico, p. 256 – 2.8.5 La genesi proiettiva delle quadriche, p. 260 – 2.8.6 La sfera, p. 262 – 2.8.7 Una interessante applicazione delle proprietà della sfera: il teorema di Dandelin, p. 264 – 2.8.8 La proiezione stereografica della sfera, p. 269 – 2.8.9 Il problema di Apollonio, p. 272
- 278 2.9 Le superfici di interpolazione
- 280 2.10 Intersezioni piane tra superfici quadriche
 - 2.10.1 Le intersezioni fra superfici quadriche, in generale, p. 280 – 2.10.2 Sezioni piane di superfici quadriche, p. 283 – 2.10.3 Intersezioni piane fra superfici quadratiche, p. 290

Parte terza – Applicazioni

299 **Capitolo 1 – I poliedri regolari e semiregolari con un approfondimento sulle cupole geodetiche**

di *Leonardo Baglioni*

- 299 1.1 Le proprietà geometriche dei poliedri
- 308 1.2 I solidi platonici
- 311 1.3 I solidi archimedei
- 325 1.4 I poliedri catalani
- 327 1.5 La tassellazione dello spazio
- 337 1.6 I poliedri e le bolle di sapone
- 347 1.7 Discretizzazione delle superfici continue per mezzo di superfici poliedriche
- 355 1.8 La discretizzazione della sfera: le cupole geodetiche
 - 1.8.1 Prima tipologia: le griglie icosaedriche, p. 365
 - 1.8.2 Seconda tipologia: le griglie dodecaedriche, p. 368
 - 1.8.3 Terza tipologia: le griglie A III, p. 370
 - 1.8.4 Quarta tipologia: le griglie A V, p. 371
 - 1.8.5 Quinta tipologia: le griglie A XIII, p. 373
- 377 1.9 Considerazioni di carattere geometrico e strutturale
- 384 1.10 Le NURBS e la discretizzazione delle superfici free-form
- 388 1.11 Breve storia dei poliedri
- 401 1.12 La generazione delle mesh
- 404 1.13 Gli algoritmi informatici di meshing
 - 1.13.1 Generatori di mesh triangolari e tetraedrici, p. 405
 - 1.13.2 Generatori di mesh quadrilateri ed esaedrici, p. 411
 - 1.13.3 Surface Meshing, p. 414
- 415 1.14 Post produzione delle mesh
- 417 1.15 Metodi di tassellazione delle superfici parametriche nei modellatori informatici
- 423 **Capitolo 2 – Gli archi e le volte**
di *Riccardo Migliari e Federico Fallavollita*
- 423 2.1 Nomenclatura e classificazione generale degli archi e delle volte

- 428 2.2 Il tracciamento e la suddivisione in conci degli archi
 - 2.2.1 Arco a tutto sesto, p. 428
 - 2.2.2 Archi a sesto ribassato o a sesto scemo, p. 430
 - 2.2.3 Profilo ovale, p. 432
 - 2.2.4 Archi a sesto rialzato, p. 436
 - 2.2.5 Archi a sesto acuto, p. 436
- 439 2.3 Le volte semplici
 - 2.3.1 La volta a botte a tutto sesto e retta, p. 440
 - 2.3.2 La volta a vela, p. 441
 - 2.3.3 La volta a vela a sesto incompleto o volta boema, p. 444
 - 2.3.4 La volta anulare, p. 444
 - 2.3.5 La volta elicoidale o vite di Saint-Gilles, p. 444
 - 2.3.6 La cupola, p. 447
- 447 2.4 Le volte composte
 - 2.4.1 Le volte lunettate, p. 447
 - 2.4.2 Le volte a crociera e a padiglione, p. 451
 - 2.4.3 Le cupole composte, p. 459
- 462 **Capitolo 3 – I tetti**
di *Anna De Santis*
- 462 3.1 Aspetti generali e nomenclatura
- 463 3.2 Proprietà geometriche delle falde ad angolo di pendio costante
- 464 3.3 Tecniche di progettazione di un tetto
 - 3.3.1 Edificio isolato di forma rettangolare o quadrangolare, p. 465
 - 3.3.2 Edifici isolati di forma irregolare, p. 468
 - 3.3.3 Tetti a gronde inclinate, p. 476
- 481 3.4 Correzione della pendenza al fine di semplificare la geometria di un tetto
- 483 3.5 Sviluppo del tetto
- 485 **Capitolo 4 – Stereotomia della pietra**
di *Marta Salvatore, Camillo Trevisan*
- 485 4.1 La stereotomia
 - 4.1.1 Principi della progettazione stereotomica, p. 489
 - 4.1.2 Le murature a superficie di paramento piana, p. 491
 - 4.1.3 Le murature a superficie di paramento curva, p. 496
 - 4.1.4 Le volte sferiche, p. 497
 - 4.1.5 Le volte cilindriche rette, p. 501
 - 4.1.6 Le volte cilindriche oblique, p. 502
 - 4.1.7 Le volte cilindriche strombate, p. 512
 - 4.1.8 Le volte coniche, p. 516
 - 4.1.9 Le scale elicoidali, p. 521
- 523 4.2 Metodi e applicazioni tra la metà del Cinquecento e la metà del Settecento

- 4.2.1 Ricostruzione del metodo proposto da Philibert Delorme per trovare i pannelli dei concetti di un arco, p. 547 – 4.2.2 Ricostruzione del metodo proposto da Philibert Delorme per la *trompe* di Anet, p. 548 – 4.2.3 Ricostruzione del metodo proposto da Girard Desargues, p. 555
- 562 **Capitolo 5 – Stereotomia del legno**
di Leonardo Paris
- 562 5.1 Premessa
- 564 5.2 Le unioni
5.2.1 Le unioni a tenone e mortasa, p. 564 – 5.2.2 Le unioni a mezzo legno, p. 567 – 5.2.3 Le unioni a coda di rondine, p. 570 – 5.2.4 Le unioni a innesto verticale, p. 571 – 5.2.5 Le unioni a innesto orizzontale, p. 572
- 573 5.3 Le capriate
5.3.1 Elementi costitutivi di una capriata palladiana semplice, p. 574 – 5.3.2 Individuazione delle unioni in una capriata semplice, p. 576 – 5.3.3 Altri esempi di capriate composte, p. 577 – 5.3.4 Orditura principale nelle falde a padiglione ortogonale e obliquo, p. 578 – 5.3.5 Su alcuni nodi particolari, p. 581
- 585 5.4 Il corrimano curvo nelle scale in legno
5.4.1 Dettaglio del corrimano curvo, p. 587
- 589 **Capitolo 6 – La rappresentazione delle ombre e del chiaroscuro**
di Riccardo Migliari, Graziano Valenti
- 589 6.1 Il chiaroscuro
6.1.1 La propagazione della luce e i suoi modelli geometrici, p. 589 – 6.1.2 Modelli di sorgente luminosa, p. 589 – 6.1.3 Effetti della luce sui corpi, p. 591 – 6.1.4 Ombra propria, portata e autoportata, p. 592 – 6.1.5 Chiaroscuro e grado di intensità luminosa, p. 592 – 6.1.6 Intensità luminosa e chiarezza apparente, p. 594 – 6.1.7 Punti brillanti e riflessi, p. 595 – 6.1.8 Prospettiva aerea, p. 596 – 6.1.9 Costruzione accurata dell'immagine del Sole, p. 598
- 598 6.2 La rappresentazione digitale del chiaroscuro
6.2.1 Ottica geometrica, fisica e quantistica, p. 599 – 6.2.2 Algoritmi unbiased e biased, p. 601 – 6.2.3 Modelli d'illuminazione locale, p. 602 – 6.2.4 Modelli di illuminazione globale, p. 608
- 617 *Bibliografia*
- 621 *Indice analitico*

Stereotomia della pietra

Marta Salvatore, Camillo Trevisan*

4.1 La stereotomia

I procedimenti più o meno ingegnosi impiegati da molto tempo nel taglio delle pietre hanno condotto Monge alla teorizzazione della geometria descrittiva. I segreti degli ateliers riuniti, classificati e soprattutto ridotti ad un numero limitato di principi, hanno costituito gli elementi di una branca importante delle scienze applicate. Oggi la geometria descrittiva è insegnata in maniera indipendente dalle questioni che le hanno dato origine, tuttavia fra le loro applicazioni più utili bisogna ricordare il tracciato degli épures relativo al taglio delle pietre e alla carpenteria. La maggior parte dei problemi da risolvere si rapportano all'intersezione fra superfici¹.

In maniera sommaria e forse anche azzardata, la paternità della geometria descrittiva è stata spesso attribuita alla figura di Gaspard Monge, ma come per la genesi di tutte le scienze, anche per la geometria descrittiva sarebbe miope ignorare quei contributi teorici e pratici che concorsero al suo fondamento. Fra questi contributi trovano collocazione gli studi dedicati alla scienza del taglio delle pietre, ma ancor prima le stesse opere dei lapicidi, che testimoniano, nella prassi dei processi progettuali, come alla base dell'arte del taglio sussista una corrispondenza irrinunciabile fra modello, disegno e

realizzazione dell'opera, secondo una concezione oggi di grande attualità che fa di questa corrispondenza la struttura portante della moderna scienza della rappresentazione.

Il termine *stereotomia* (dal greco solido e sezione), che letteralmente significa scienza del taglio dei solidi, fu introdotto da Jacques Curabelle² nel 1644 per definire la scienza del taglio delle pietre e del legno. Si tratta di una branca dell'architettura assai complessa in cui convivono diversi saperi strettamente correlati fra loro, che spaziano dalle conoscenze geometriche a quelle matematiche, alla conoscenza delle pratiche tecnico costruttive a quelle del comportamento statico delle strutture fino all'organizzazione e al controllo dell'insieme delle attività di cantiere.

Non tutte le opere in pietra che hanno caratterizzato l'attività costruttiva delle civiltà dall'alba dei tempi sino ai nostri giorni possono considerarsi «stereotomiche». Con questa definizione infatti si intendono quelle costruzioni in pietra da taglio composte da elementi realizzati fuori opera secondo accurati processi di prefabbricazione, il cui insieme costituisce un'apparecchiatura che sussiste nella sua forma per le sole geometrie delle parti che la compongono. Si tratta di un sistema costruttivo estremamente moderno in cui la forma di ognuna delle parti deve essere progettata fuori opera per essere opportunamente posata a secco partecipan-

* Il paragrafo 4.1 è da attribuire a Marta Salvatore (ad eccezione del contributo intitolato *Apparecchio elicoidale* da attribuire a Federico Fallavollita), il paragrafo 4.2 è da attribuire a Camillo Trevisan.

¹ Cfr. Frère Gabriel Marie, *Géométrie descriptive, éléments*, tomo I, edizione anastatica Jacques Gabay, Mayenne 1996, p. 377.

² Jacques Curabelle fu uno dei maggiori contestatori dell'opera dedicata alla scienza del taglio delle pietre di Girard Desargues, ed è proprio nell'*Examen des oeuvres du S^R Girard Desargues par J. Curabelle* del 1644, che compare per la prima volta il termine *stereotomia*.

Fig. 4.30 Sviluppo della superficie cilindrica e costruzione dell'apparecchio elicoidale sulla superficie d'intradosso sviluppata

Per semplificare questo genere di apparecchiatura intorno alla metà del XIX secolo si è cominciato a impiegare l'*apparecchio elicoidale*, che prevede una soluzione simile a quella dell'apparecchio ortogonale, ma che dovette risultare senza dubbio rivoluzionaria perché dà luogo ad un'apparecchiatura in cui i conci sono tutti uguali a meno di quelli di testa.

A differenza del caso appena illustrato in cui l'intradosso della volta appartiene alla superficie di un cilindro ellittico, sezionato secondo la giacitura delle sezioni circolari, nel caso dell'apparecchio elicoidale è impiegata una superficie cilindrica di rivoluzione, le cui sezioni oblique sui fronti della volta sono due porzioni di ellisse.

Apparecchio elicoidale

a cura di Federico Fallavollita

Sia, come nel caso precedente, il parallelogramma **ABCD** d'imposta della volta; i profili degli archi di faccia, essendo sezioni piane del cilindro di rotazione, sono delle ellissi. La superficie d'intradosso si sviluppa nel piano secondo un quadrilatero forma-

to da due lati retti e paralleli (**AD** e **BC**) e da due linee curve, sinusoidi²⁷. Per disegnare gli spigoli di giunzione appartenenti alla superficie di intradosso della volta è conveniente lavorare nel piano e servirsi dunque dello sviluppo della superficie d'intradosso della volta, per ripiegare in un secondo momento le linee così ottenute sulla superficie oggettiva d'intradosso. Utilizziamo come spigoli di giunzione discontinua delle linee rette parallele alle corde **AB** e **CD** e come spigoli di giunzione continua delle rette ortogonali alle prime. Gli spigoli di giunzione oggettivi saranno due sistemi di eliche, che avranno lo stesso passo e lo stesso asse, coincidente con l'asse della superficie cilindrica d'intradosso. Le superfici di giunzione continua saranno allora delle rigate ortogonali alla superficie cilindrica appartenenti alle eliche suddette (figura 4.30), e saranno pertanto degli elicoidi retti aventi il piano direttore perpendicolare all'asse del cilindro, uguali secondo i due sistemi dei giunti. Per superficie di estradosso si assumerà quella di un altro cilindro avente lo stesso asse del primo.

I conci che compongono questa apparecchiatura avranno le quattro superfici di giunzione formate da elicoidi retti e le superfici di intradosso e di estradosso cilindriche; gli spigoli di giunzione appartenenti alle superfici di intradosso ed estradosso saranno eliche, mentre gli spigoli a queste perpendicolari saranno rette. Le superfici elicoidali dei conci così formati sono anche superfici minime rispetto agli spigoli che le limitano. Ricordiamo, infatti, che l'elicoido retto è l'unica superficie rigata ad essere anche superficie minima (si veda il paragrafo 2.5 della II parte di questo volume).

Poiché in quest'apparecchiatura i conci sono tutti uguali a meno di quelli di testa, ognuno potrà essere spostato secondo un movimento elicoidale lungo gli spigoli di giunzione e sovrapporsi al conco successivo senza scarti (figura 4.31).

I modellatori matematici consentono di costruire

²⁷ Si veda Fano, *Lezioni di geometria descrittiva*, cit., pp. 450-61.

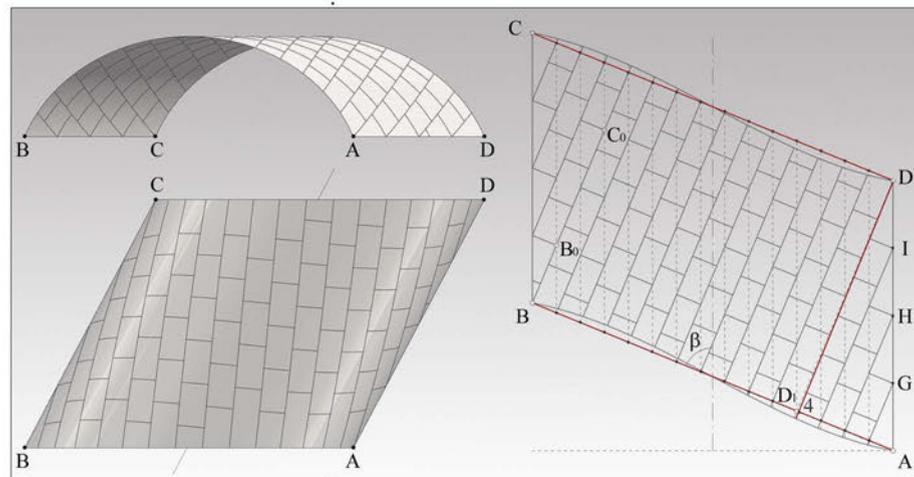


Fig. 4.30

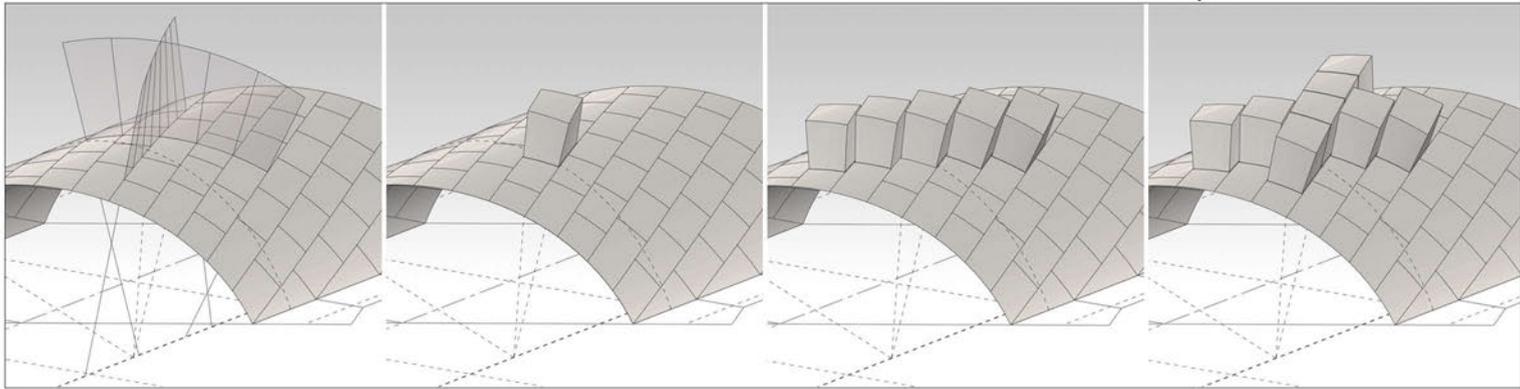


Fig. 4.31

automaticamente lo sviluppo piano di una superficie sviluppabile, quindi, una volta ottenuto il quadrilatero mistilineo $ABCD$, si dovrà stabilire il numero dei conci che si vogliono avere sul fronte della volta e si dividerà allora la corda AB in numero dispari di parti, per esempio 15 in figura 4.30. Gli spigoli di giunzione continua, nello sviluppo, saranno delle rette passanti per questi punti di partizione e perpendicolari alle corde AB . Affinché i conci ripartiscano in un numero esatto la superficie, lo spigolo di giunzione appartenente al punto D (e al punto B) dovrà necessariamente passare per uno dei punti di partizione della retta AB (CD per quanto riguarda B). Si conduca da D la perpendicolare in D_1 al segmento AB e si scelga un punto, 4 in figura, fra quelli della partizione di AB che sia il più vicino a D_1 . La retta $D4$ darà la direzione nello sviluppo degli spigoli di giunzione continua di intradosso della volta. Si tratta di una lieve approssimazione che consente di mantenere le eliche di giunzione continua il più possibile perpendicolari agli archi di fronte.

Gli spigoli di giunzione discontinua saranno paralleli alla corda AB e la loro disposizione sarà determinata, garantendo l'alternanza, dal passaggio per i punti G, H, I , intersezione degli spigoli di

giunzione continua con gli spigoli d'imposta AD e BC ; se i conci fossero troppo grandi e li si volesse suddividere ulteriormente si potrà dividere in tre parti lo spigolo C_0B_0 . La dimensione dei conci frontali dovrà essere il più possibile prossima a quella dei conci di paramento.

Una volta ottenuto il disegno dell'intradosso sarà sufficiente ripiegarlo sulla superficie in modo da avere gli spigoli di giunzione oggettivi.

Le superfici elicoidali appartenenti a detti spigoli e ortogonali al cilindro d'intradosso sezioneranno quello di estradosso secondo altre eliche. Spigoli e superfici di giunzione sono così tutti determinati.

Per determinare l'elicoide retto passante per un'elica assegnata, converrà prendere come direttrice l'elica e come generatrici le due rette perpendicolari alla superficie d'intradosso alle due estremità dell'elica. Un metodo alternativo consiste nel calcolare il passo dell'elica e costruire direttamente l'elicoide retto (figura 4.32).

Nella volta elicoidale esistono tre tipi di conci differenti: i *conci interni* o *correnti* (tipo **A** in figura 4.33) che sono quelli interni alla volta e sono tutti uguali fra loro; i *conci frontali* o *di testa* (tipo **B**), analoghi a quelli interni ma anomali perché sezionati

Fig. 4.31 Il concio interno può essere spostato con un movimento elicoidale lungo gli spigoli di giunzione continua e discontinua e sovrapporsi al concio successivo senza scarti

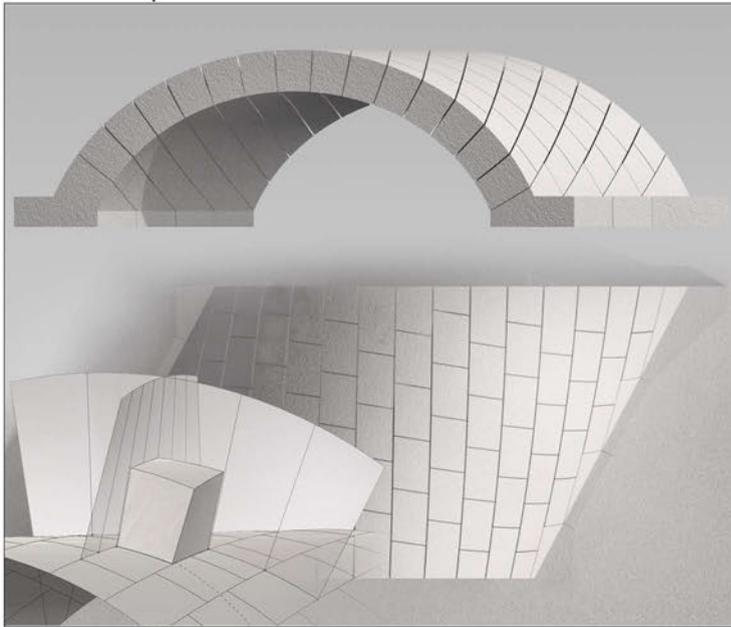


Fig. 4.32



Fig. 4.33

Fig. 4.32 Costruzione delle superfici di un concio tipo dell'apparecchio elicoidale

Fig. 4.33 Tipologie di conci nell'apparecchio elicoidale

²⁸ *Ibid.*, pp. 445-47.

secondo i piani α di faccia della volta; i *cuscinetti d'imposta* (tipo C) che poggiano sui piedritti, costituiti da una base orizzontale che consente un inserimento coerente della volta nelle murature e che permette di evitare l'angolo acuto che si viene a formare nell'apparecchio alla base. Il cuscinetto d'im-

posta interno è formato da un prisma retto a sezione pentagonale e da un ulteriore pezzo costituito da due facce cilindriche triangolari, che sono quelle d'intradosso ed estradosso della volta, e da due superfici elicoidali rette (in tutto il concio è costituito da dieci facce). I cuscinetti di testa sono diversi a seconda che si trovino nell'angolo acuto o ottuso della volta rispetto al piedritto. Negli angoli acuti l'ultimo concio della volta sarà unito al cuscinetto d'imposta, mentre nell'angolo ottuso questo può essere indipendente dall'ultimo concio. Si osservi infine che è sempre preferibile che i cuscinetti di base abbiano le superfici esterne perpendicolari ai piani di fronte in maniera tale da agevolare il collegamento della volta alle apparecchiature murarie (figura 4.33).

4.1.7 Le volte cilindriche strombate

Le volte cilindriche strombate si compongono generalmente di due superfici rigate di intradosso diverse, quella della volta e quella della strombatura. L'uso di apparecchiature di questo genere è molto diffuso in architettura, se ne trovano infatti applicazioni nelle aperture di porte e finestre, ma anche nella realizzazione delle arcate dei ponti.

Le arcate dei ponti

In molte costruzioni si può avere la necessità di allargare le arcate di una volta a botte su uno o entrambi i fronti, come accade nel caso di alcuni ponti, per dar loro maggiore leggerezza e per agevolare il reflusso delle acque in caso di piena, e per questa ragione si fa ricorso a superfici rigate di raccordo fra l'intradosso cilindrico della volta e gli archi di faccia²⁸.

Sia *APB* l'arco circolare ribassato di una volta cilindrica retta, ripartito in un numero dispari di conci (7 in figura 4.34) avente il rettangolo *ABDE* d'imposta. Si immagini di sezionare la superficie di in-

Bibliografia

- AA.VV., *Ikhnos, Analisi grafica e storia della rappresentazione*, Lombardi, Siracusa 2005.
- BAEHMANN P.L., WITTCHEM S.L., SHEPHARD M.S., GRICE K.R., YERRY M.A., *Robust Geometrically-based, Automatic Two-Dimensional Mesh Generation*, «International Journal for Numerical Methods in Engineering», vol. 24, 1987.
- BARTOLINI BUSSI M.G., MASCHIETTO M., *Macchine Matematiche: Dalla storia alla Scuola*, Springer-Verlag, Milano 2006.
- BATTINI C., FANTINI F., *Clouds and Clay. Superfici di suddivisione e ottimizzazione*, in L. DE CARLO (a cura di), *Informatica e fondamenti scientifici della rappresentazione*, Gangemi, Roma 2007, pp. 175-80.
- BOYER C.B., *Storia della Matematica*, Mondadori, Milano 2004.
- BREYMANN A.G., *Trattato generale di costruzioni civili*, Milano 1885.
- BURT M., *Saddle Polyhedra & Close-Packing*, «Zodiac», 22, Milano 1973.
- CANANN S.A., MUTHUKRISHNAN S.N., PHILLIPS R.K., *Topological Refinement Procedures for Triangular Finite Element Meshes*, «Engineering with Computers», vol. 12, 1996.
- CATMULL E., CLARK J., *Recursively Generated B-Spline Surfaces on Arbitrary Topological Meshes*, «Computer Aided Design», IPC Business Press, 10, 1978.
- CLAIRAUT A.C., *La recherche sur le corbes à double courbure*, Noyon, Didot e Quillaut, Parigi 1732.
- DE LA GOURNERIE J., *Traité de Géométrie descriptive*, Parigi 1860.
- DOCCI M., MIGLIARI R., *La costruzione della spinapesce nella copertura della sala ottagonale di Simon Mago nella fabbrica di San Pietro*, «Palladio», II, 3, giugno 1989.
- EMMER M., *Art and Mathematics: the Platonic Solids*, «Leonardo», vol. 15, n. 4, 1982.
- EMMER M., *Dai radiolari ai vasi di Gallè*, in M. EMMER (a cura di), *Matematica e Cultura 2007*, Springer-Verlag, Milano 2007.
- EMMER M., *Le Bolle di Sapone*, in M. EMMER (a cura di), *L'occhio di Horus. Itinerari nell'immaginario matematico*, Istituto della Enciclopedia Italiana Treccani, Roma 1989.
- EMMER M. (a cura di), *L'occhio di Horus. Itinerari nell'immaginario matematico*, Istituto della Enciclopedia Italiana Treccani, Roma 1989.
- EULER L., *Elementa Doctrinae Solidorum*, Pietroburgo, 1758.
- FANO G., *Lezioni di Geometria Descrittiva, date nel R. Politecnico di Torino*, Torino 1925.
- FAROUKI R.T., *Optimal parameterizations*, «Computer Aided Geometric Design», vol. 14, 1997.
- FIELD D.A., *Laplacian Smoothing and Delaunay Triangulations*, «Communications in Applied Numerical Methods», vol. 4, 1988.
- FOLEY D.J., VAN DAM A., FEINER K.S., HUGHES F.J., *Computer Graphics, Principles and Practice*, Addison-Wesley, Boston 1997.
- FOLINEA R., *Architettura Pratica*, s.l., s.d.
- FRÉZIER A.F., *Traité de stéréotomie*, tomo I, libro III, Strasburgo-Parigi, 1737.

- FULLER R.B., MARKS R., *The Dymaxion World of B. Fuller*, A Doubleday Anchor Book, New York, 1973.
- GARIO P., *L'immagine geometrica del mondo: storia dei poliedri*, Stampatori Editore, Torino 1979.
- GEORGE P.L., HECHT F., SALTEL E., *Automatic Mesh Generator with Specified Boundary*, «Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering», vol. 92, North-Holland, 1991.
- GHEORGHIU A., DRAGOMIR V., *Geometry of Structural Forms*, Applied Science Publisher LTD, Bucarest 1978.
- HACHETTE J.N.P., *Correspondence sur L'ècole royale polytechnique, à l'usage des élèves de cette école*, Tome III, M.me Courcier Imprimerie, Parigi 1814-1816.
- HACHETTE J.N.P., *Traité de Géométrie Descriptive*, Corby, Parigi 1828.
- HASELBERGER L., *Bericht über die Arbeit am Jüngerem Apollontempel von Didyma*, «Istanbuler Mitteilungen», 33, 1983, pp. 90-123.
- HASELBERGER L., *Ein Giebelriss der Vorhalle des Pantheon die Werkrisse vor dem Augustusmausoleum*, «Mitteilungen des Deutschen Archäologischen Instituts, Römische Abteilung», 101, 1994, pp. 279-308.
- HASELBERGER L., *The Construction Plans for the Temple of Apollo at Didyma*, «Scientific American», 253/6, 1985, pp. 114-22.
- HASELBERGER L., *Un progetto architettonico di 2000 anni fa*, «Le Scienze», 324, 1995.
- HASELBERGER L., *Werkzeichnungen am Jüngerem Didymeion. Vorbericht*, «Istanbuler Mitteilungen», 30, 1980, pp. 191-215.
- HOFFMAN D., *The Computer Aided Discovery of New Embedded Minimal Surfaces*, «The Mathematical Intelligencer», vol. 9, 1987.
- KLINE M., *Storia del pensiero matematico, dall'antichità al settecento*, I vol., Biblioteca Einaudi, Torino 1972.
- LAU T.S., LO S.H., *Finite Element Mesh Generation Over Analytical Surfaces*, «Computers and Structures», vol. 59, 2, 1996.
- LEROY C.F.A., *Traité de Stéréotomie comprenant les applications de la géométrie descriptive a la théorie des ombres, la perspective linéaire, la gnomonique, la coupe des pierres et la charpente*, G-Villars, Parigi 1870.
- LO S.H., *Generating Quadrilateral Elements on Plane and Over Curved Surfaces*, «Computers and Structures», vol. 31, 1989.
- LO S.H., *Volume Discretization into Tetrahedra-I. Verification and Orientation of Boundary Surfaces*, «Computers and Structures», vol. 39, 5, 1991.
- LOHNER R., PARIKH P., GUMBERT C., *Interactive Generation of Unstructured Grid for Three Dimensional Problems*, «Numerical Grid Generation in Computational Fluid Mechanics», 88, Pineridge Press, pp. 687-97, 1988.
- LORIA G., *Curve piane speciali algebriche e trascendenti, teoria e storia*, 2 voll., Zanichelli, Bologna 1925 (seconda edizione Hoepli, Milano 1930).
- LORIA G., *Curve sghembe speciali algebriche e trascendenti*, vol. II, Zanichelli, Bologna 1925
- LORIA G., *Le scienze esatte nell'antica Grecia*, Hoepli, Milano 1914.
- LORIA G., *Metodi matematici*, Hoepli, Milano 1935.
- LORIA G., *Poliedri, curve e superfici secondo i metodi della Geometria descrittiva*, Hoepli, Milano 1912.
- MARCOLLI A., *Teoria del campo 2*, Sansoni Editore, Firenze 1991.
- MARCUM D.L., WEATHERILL N.P., *Unstructured Grid Generation Using Iterative Point Insertion and Local Reconnection*, «AIAA Journal», vol. 33, 9, settembre 1995.
- MIGLIARI R., *Dieci lezioni di geometria descrittiva. La teoria delle ombre e del chiaroscuro. Il modello geometrico del moto apparente del Sole*, «Quaderni di Applicazioni della Geometria Descrittiva», 3, Roma, 1984.
- MIGLIARI R., *Geometria dei modelli*, Kappa Edizioni, Roma 2003.

References

1. BREYMAN, Gustav Adolf. *Trattato generale di costruzioni civili*. Milano. 1885.
2. DOCCI, Mario and MIGLIARI, Riccardo. *Scienza della rappresentazione*. Fondamenti e applicazioni della geometria descrittiva. Carocci Editore. 1992. ISBN-13: 9788843004140
3. FALLAVOLLITA, Federico. Le superfici rigate: una rilettura del *Traité de géométrie descriptive* di Hachette. In DE CARLO, Laura (a cura di). *Informatica e fondamenti scientifici della rappresentazione*. Vol. 1 - nuova serie. Roma: Gangemi, 2007, pp. 111-122. ISBN 978-88-492-1323-2.
4. FALLAVOLLITA, Federico. *Le superfici rigate e le superfici sviluppabili. Una rilettura attraverso il laboratorio virtuale*. Tesi di Dottorato di Scienza della Rappresentazione e del Rilievo dell'Architettura. Sapienza Università di Roma: Dipartimento di Storia, Disegno e Restauro dell'Architettura, 2008.
5. FIEDLER, William. *Trattato di geometria descrittiva*, a cura di Antonio Sayno ed Ernesto Padova, Firenze. 1874.
6. GHEORGHIU, A. and DRAGOMIR, V. *Geometry of structural Forms*. Applied Science Publisher LTD, Bucarest. 1978.
7. HACHETTE, Jean Nicolas Pierre. *Traité de géométrie descriptive*. Paris: Corby, 1822, pp.283-286.
8. HACHETTE, Jean Nicolas Pierre. *Rapport fait à la classe des Sciences Physique et Mathématiques de l'Institut [...]*. In *Correspondance sur l' École Royale Polytechnique, à l'usage des élèves de cette École, volume III*. Paris: Imprimerie de M.me V. Courcier, 1816, pp. 234-237.
9. HILBERT, David. *Geometria intuitiva*. Boringhieri, Torino. 1972.
10. KLINE, Morris. 1991. *Storia del pensiero matematico, dall'antichità al settecento, volume I*. Torino: Einaudi.
11. LORIA, Gino. *Storia della geometria descrittiva dalle origini ai giorni nostri*. Milano: Hoepli, 1921.
12. MIGLIARI, Riccardo. *Geometria dei modelli*. Kappa edizioni, Roma. 2003.
13. MIGLIARI, Riccardo. *Rappresentazione come sperimentazione*. In Ikhnos, *Analisi grafica e storica della rappresentazione*. Lombardi, Siracusa. 2008.